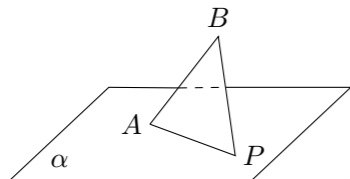


2008 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

一、选择题

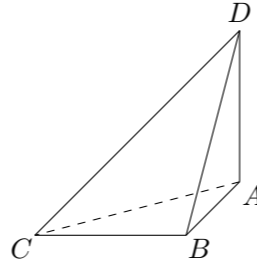
1. 已知 a 是实数, $\frac{a-i}{1+i}$ 是纯虚数, 则 $a =$ ()
 (A) 1 (B) -1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$
2. 已知 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x \leq -1\}$, 则 $(A \cap \complement_U B) \cup (B \cap \complement_U A) =$ ()
 (A) \emptyset (B) $\{x | x \leq 0\}$
 (C) $\{x | x > -1\}$ (D) $\{x | x > 0 \text{ 或 } x \leq -1\}$
3. 已知 a, b 都是实数, 那么“ $a^2 > b^2$ ”是“ $a > b$ ”的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
4. 在 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 的展开式中, 含 x^4 的项的系数是 ()
 (A) -15 (B) 85 (C) -120 (D) 274
5. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)$ ($x \in [0, 2\pi]$) 的图象和直线 $y = \frac{1}{2}$ 的交点个数是 ()
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4
6. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2 = 2, a_5 = \frac{1}{4}$, 则 $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_n a_{n+1} =$ ()
 (A) $16(1 - 4^{-n})$ (B) $16(1 - 2^{-n})$ (C) $\frac{32}{3}(1 - 4^{-n})$ (D) $\frac{32}{3}(1 - 2^{-n})$
7. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两个焦点到一条准线的距离之比为 3 : 2, 则双曲线的离心率是 ()
 (A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$
8. 若 $\cos \alpha + 2 \sin \alpha = -\sqrt{5}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2
9. 已知 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是平面内两个互相垂直的单位向量, 若向量 \mathbf{c} 满足 $(\mathbf{a} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{c}) = 0$, 则 $|\mathbf{c}|$ 的最大值是 ()
 (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
10. 如图, AB 是平面 α 的斜线段, A 为斜足. 若点 P 在平面 α 内运动, 使得 $\triangle ABP$ 的面积为定值, 则动点 P 的轨迹是 ()



- (A) 圆 (B) 椭圆 (C) 一条直线 (D) 两条平行直线

二、填空题

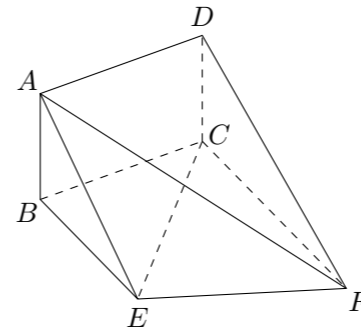
11. 已知 $a > 0$, 若平面内三点 $A(1, -a), B(2, a^2), C(3, a^3)$ 共线, 则 $a =$ _____.
12. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的两个焦点, 过 F_1 的直线交椭圆于 A, B 两点. 若 $|F_2 A| + |F_2 B| = 12$, 则 $|AB| =$ _____.
13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $(\sqrt{3}b - c) \cos A = a \cos C$, 则 $\cos A =$ _____.
14. 如图, 已知球 O 的面上四点 A, B, C, D , $DA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $DA = AB = BC = \sqrt{3}$, 则球 O 点体积等于_____.



15. 已知 t 为常数, 函数 $y = |x^2 - 2x - t|$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值为 2, 则 $t =$ _____.
16. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数 (没有重复数字), 要求任何相邻两个数字的奇偶性不同, 且 1 和 2 相邻, 这样的六位数的个数是_____. (用数字作答)
17. 若 $a \geq 0, b \geq 0$, 且当 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ 时, 恒有 $ax + by \leq 1$, 则以 a, b 为坐标的点 $P(a, b)$ 所形成的平面区域的面积等于_____.

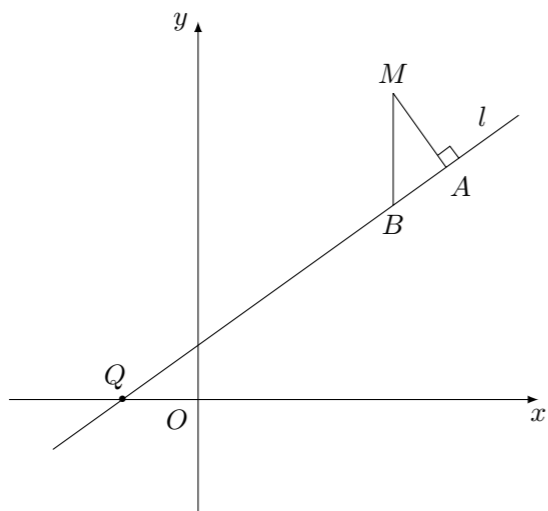
三、解答题

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 和梯形 $BEFC$ 所在平面互相垂直, $BE \parallel CF$, $\angle BCF = \angle CEF = 90^\circ$, $AD = \sqrt{3}, EF = 2$.
 (1) 求证: $AE \parallel$ 平面 DCF ;
 (2) 当 AB 的长为何值时, 二面角 $A - EF - C$ 的大小为 60° ?



19. 一个袋中有若干个大小相同的黑球、白球和红球. 已知从袋中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是 $\frac{2}{5}$; 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是 $\frac{7}{9}$.
 (1) 若袋中共有 10 个球,
 ① 求白球的个数;
 ② 从袋中任意摸出 3 个球, 记得到白球的个数为 ξ , 求随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi$.
 (2) 求证: 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个黑球的概率不大于 $\frac{7}{10}$. 并指出袋中哪种颜色的球个数最少.

20. 已知曲线 C 是到点 $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{8}\right)$ 和到直线 $y = -\frac{5}{8}$ 距离相等的点的轨迹. l 是过点 $Q(-1, 0)$ 的直线, M 是 C 上 (不在 l 上) 的动点; A, B 在 l 上, $MA \perp l, MB \perp x$ 轴 (如图).
- (1) 求曲线 C 的方程;
- (2) 求出直线 l 的方程, 使得 $\frac{|QB|^2}{|QA|}$ 为常数.



21. 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = \sqrt{x}(x - a)$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 设 $g(a)$ 为 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最小值.
- ① 写出 $g(a)$ 的表达式;
- ② 求 a 的取值范围, 使得 $-6 \leq g(a) \leq -2$.

22. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_n \geq 0, a_1 = 0, a_{n+1}^2 + a_{n+1} - 1 = a_n^2 (n \in \mathbf{N}^*)$. 记 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, T_n = \frac{1}{1+a_1} + \frac{1}{(1+a_1)(1+a_2)} + \cdots + \frac{1}{(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n)}$. 求证: 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时,
- (1) $a_n < a_{n+1}$;
- (2) $S_n > n - 2$;
- (3) $T_n < 3$.