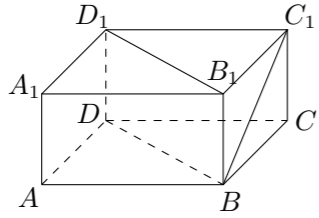
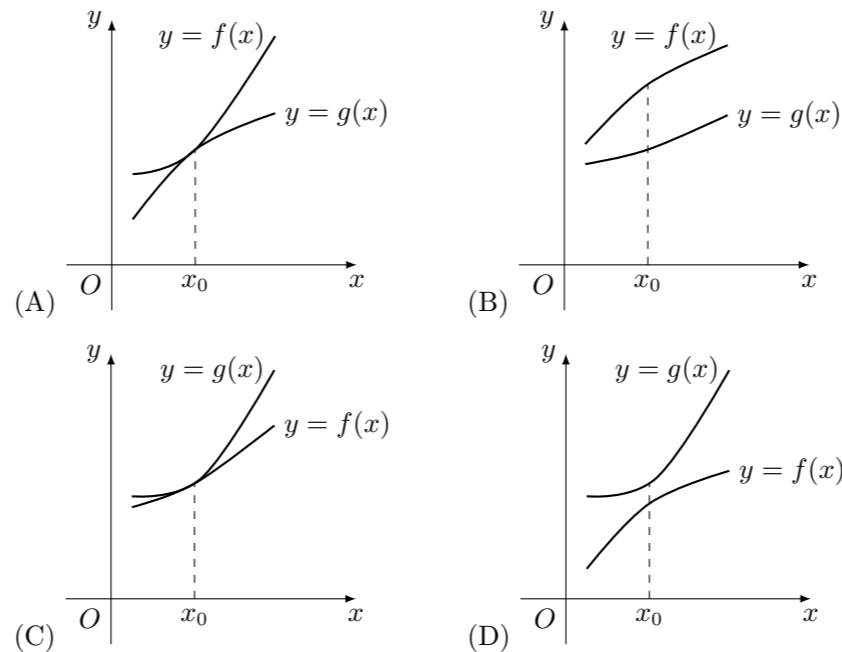
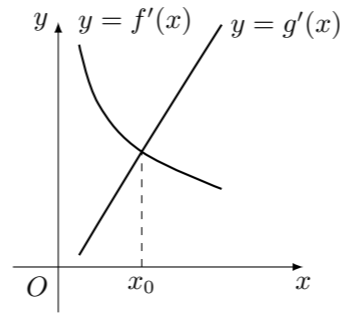


2008 普通高等学校招生考试 (福建卷理)

一、选择题

- 若复数 $(a^2 - 3a + 2) + (a - 1)i$ 是纯虚数, 则实数 a 的值为 ()
(A) 1 (B) 2 (C) 1 或 2 (D) -1
- 设集合 $A = \left\{x \mid \frac{x}{x-1} < 0\right\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3\}$, 那么“ $m \in A$ ”是“ $m \in B$ ”的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 设 $\{a_n\}$ 是公比为正数的等比数列, 若 $a_1 = 7$, $a_5 = 16$, 则数列 $\{a_n\}$ 前 7 项的和为 ()
(A) 63 (B) 64 (C) 127 (D) 128
- 函数 $f(x) = x^3 + \sin x + 1$ ($x \in \mathbf{R}$), 若 $f(a) = 2$, 则 $f(-a)$ 的值为 ()
(A) 3 (B) 0 (C) -1 (D) -2
- 某一批花生种子, 如果每 1 粒发芽的概率为 $\frac{4}{5}$, 那么播下 4 粒种子恰有 2 粒发芽的概率是 ()
(A) $\frac{16}{625}$ (B) $\frac{96}{625}$ (C) $\frac{192}{625}$ (D) $\frac{256}{625}$
- 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, $AA_1 = 1$, 则 BC_1 与平面 BB_1D_1D 所成角的正弦值为 ()

(A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- 某班级要从 4 名男生、2 名女生中选派 4 人参加某次社区服务, 如果要求至少有 1 名女生, 那么不同的选派方案种数为 ()
(A) 14 (B) 24 (C) 28 (D) 48
- 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - y + 1 \leq 0, \\ x > 0, \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是 ()
(A) (0, 1) (B) (0, 1] (C) (1, +∞) (D) [1, +∞)
- 函数 $f(x) = \cos x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象按向量 $(m, 0)$ 平移后, 得到函数 $y = -f'(x)$ 的图象, 则 m 的值可以为 ()
(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) $-\pi$ (D) $-\frac{\pi}{2}$

- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $(a^2 + c^2 - b^2) \tan B = \sqrt{3}ac$, 则角 B 的值为 ()
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$
- 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两个焦点为 F_1, F_2 , 若 P 为其上一点, 且 $|PF_1| = 2|PF_2|$, 则双曲线离心率的取值范围为 ()
(A) (1, 3) (B) (1, 3] (C) (3, +∞) (D) [3, +∞)
- 已知函数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的导函数的图象如下图, 那么 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 的图象可能是 ()



二、填空题

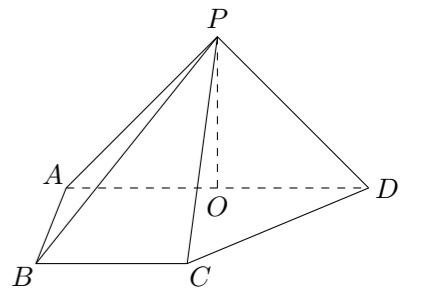
- 若 $(x - 2)^5 = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____. (用数字作答)
- 若直线 $3x + 4y + m = 0$ 与圆 $\begin{cases} x = 1 + \cos \theta, \\ y = -2 + \sin \theta, \end{cases}$ (θ 为参数) 没有公共点, 则实数 m 的取值范围是_____.
- 若三棱锥的三个侧面两两垂直, 且侧棱长均为 $\sqrt{3}$, 则其外接球的表面积是_____.
- 设 P 是一个数集, 且至少含有两个数, 若对任意 $a, b \in P$, 都有 $a + b, a - b, ab, \frac{a}{b} \in P$ (除数 $b \neq 0$), 则称 P 是一个数域. 例如有理数集 \mathbf{Q} 是数域; 数集 $F = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$ 也是数域. 有下列命题: ① 整数集是数域;

② 若有理数集 $\mathbf{Q} \subseteq M$, 则数集 M 必为数域; ③ 数域必为无限集; ④ 存在无穷多个数域. 其中正确的命题的序号是_____. (把你认为正确的命题的序号填填上)

三、解答题

- 已知向量 $\mathbf{m} = (\sin A, \cos A)$, $\mathbf{n} = (\sqrt{3}, -1)$, $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = 1$, 且 A 为锐角.
(1) 求角 A 的大小;
(2) 求函数 $f(x) = \cos 2x + 4 \cos A \sin x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的值域.

- 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 侧棱 $PA = PD = \sqrt{2}$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, 其中 $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC = 2$, O 为 AD 中点.
(1) 求证: $PO \perp$ 平面 $ABCD$;
(2) 求异面直线 PD 与 CD 所成角的大小;
(3) 线段 AD 上是否存在点 Q , 使得它到平面 PCD 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$? 若存在, 求出 $\frac{AQ}{QD}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

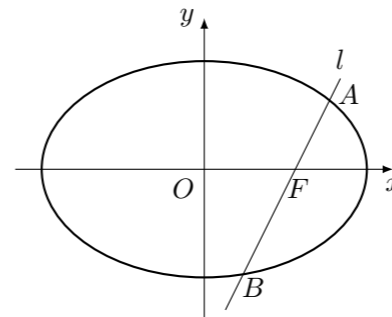


19. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$.

- (1) 设 $\{a_n\}$ 是正数组成的数列, 前 n 项和为 S_n , 其中 $a_1 = 3$. 若点 $(a_n, a_{n+1}^2 - 2a_{n+1})$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 在函数 $y = f'(x)$ 的图象上, 求证: 点 (n, S_n) 也在 $y = f'(x)$ 的图象上;
 (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $(a-1, a)$ 内的极值.

21. 如图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个焦点是 $F(1, 0)$, O 为坐标原点.

- (1) 已知椭圆短轴的两个三等分点与一个焦点构成正三角形, 求椭圆的方程;
 (2) 设过点 F 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点. 若直线 l 绕点 F 任意转动, 值有 $|OA|^2 + |OB|^2 < |AB|^2$, 求 a 的取值范围.



22. 已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - x$.

- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 记 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 上的最小值为 b_n , 令 $a_n = \ln(1+n) - b_n$.
 ① 如果对一切 n , 不等式 $\sqrt{a_n} < \sqrt{a_{n+2}} - \frac{c}{\sqrt{a_{n+2}}}$ 恒成立, 求实数 c 的

取值范围;

- ② 求证: $\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_1 a_3}{a_2 a_4} + \dots + \frac{a_1 a_3 \dots a_{2n-1}}{a_2 a_4 \dots a_{2n}} < \sqrt{2a_n + 1} - 1$.

20. 某项考试按科目 A 、科目 B 依次进行, 只有当科目 A 成绩合格时, 才可继续参加科目 B 的考试. 已知每个科目只允许有一次补考机会, 两个科目成绩均合格方可获得证书. 现某人参加这项考试, 科目 A 每次考试成绩合格的概率均为 $\frac{2}{3}$, 科目 B 每次考试成绩合格的概率均为 $\frac{1}{2}$. 假设各次考试成绩合格与否均互不影响.

- (1) 求他不需要补考就可获得证书的概率;
 (2) 在这项考试过程中, 假设他不放弃所有的考试机会, 记他参加考试的次数为 ξ , 求 ξ 的数学期望 $E\xi$.