2008 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

一、选择题

1. $\sin 330^\circ$ 等于 ( )

(A) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知全集 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, 集合 $A=\{1,\ 3\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$, 则集合 $\complement_U(A\cap B)=$ ( )

(A) $\{3\}$ (B) $\{4,\ 5\}$ (C) $\{3,\ 4,\ 5\}$ (D) $\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$

3. 某林场有树苗 30000 棵, 其中松树苗 4000 棵. 为调查树苗的生长情况, 采用分层抽样的方法抽取一个容量为 150 的样本, 则样本中松树苗的数量为 ( )

(A) 30 (B) 25 (C) 20 (D) 15

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1+a_2=4$, $a_7+a_8=28$, 则该数列前 10 项和 S_{10} 等于 ( )

(A) 64 (B) 100 (C) 110 (D) 120

5. 直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2=0$ 相切, 则实数 m 等于( )

(A) $-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ (B) $-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$

6. "$a=\dfrac{1}{8}$"是"对任意的正数 x, $2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x)=2^{x+3}$, $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 若 $mn=16\ (m,n\in\mathbf{R}^+)$, 则 $f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$ 的值为 ( )

(A) 10 (B) 4 (C) 1 (D) -2

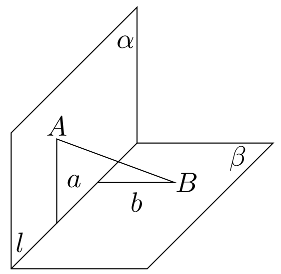
8. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在半径为 1 的球面上, 其中 $AB:AD:AA_1=2:1:\sqrt{3}$, 则两 A, B 点的球面距离为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{2\pi}{3}$

9. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2, 过 F_1 作倾斜角为 30° 的直线交双曲线右支于 M 点. 若 MF_2 垂直于 x 轴, 则双曲线的离心率为 ( )

(A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

10. 如图, $\alpha\perp\beta$, $\alpha\cap\beta=l$, $A\in\alpha$, $B\in\beta$, A, B 到 l 的距离分别是 a 和 b, AB 与 α, β 所成的角分别是 θ 和 φ, AB 在 α, β 内的射影分别是 m 和 n, 若 $a>b$, 则 ( )



(A) $\theta>\varphi$, $m<n$ (B) $\theta>\varphi$, $m>n$

(C) $\theta<\varphi$, $m<n$ (D) $\theta<\varphi$, $m>n$

11. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy\ (x,\ y\in\mathbf{R})$, $f(1)=2$, 则 $f(-2)$ 等于 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9

12. 为提高信息在传输中的抗干扰能力, 通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息. 设定原信息为 $a_0a_1a_2$, $a_i\in\{0,\ 1\}\ (i=0,\ 1,\ 2)$, 传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$, 其中 $h_0=a_0\oplus a_1$, $h_1=h_0\oplus a_2$, $\oplus$ 运算规则为: $0\oplus 0=0$, $0\oplus 1=1$, $1\oplus 0=1$, $1\oplus 1=0$. 例如原信息为 111, 则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错, 则下列接收信息一定有误的是 ( )

(A) 11010 (B) 01100 (C) 10111 (D) 00011

二、填空题

13. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 若 $c=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{6}$, $B=120^\circ$, 则 $a=$______.

14. $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^7$ 的展开式中 $\dfrac{1}{x^2}$ 的系数为______. (用数字作答)

15. 关于平面向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$. 有下列三个命题:

① 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$, 则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$;

② 若 $\boldsymbol{a}=(1,k)$, $\boldsymbol{b}=(-2,6)$, $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$, 则 $k=-3$;

③ 非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°.

其中真命题的序号为______. (写出所有真命题的序号)

16. 某地奥运火炬接力传递路线共分 6 段, 传递活动分别由 6 名火炬手完成. 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有______种. (用数字作答)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}+\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值;

(2) 令 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

18. 一个口袋中装有大小相同的 2 个红球,3 个黑球和 4 个白球, 从口袋中一次摸出一个球, 摸出的球不再放回.

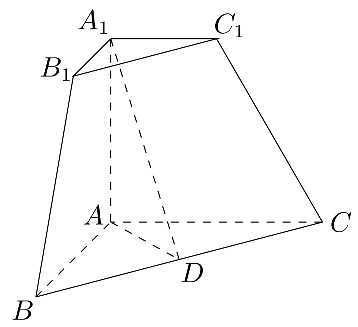
(1) 连续摸球 2 次, 求第一次摸出黑球, 第二次摸出白球的概率;

(2) 如果摸出红球, 则停止摸球, 求摸球次数不超过 3 次的概率.

19. 三棱锥被平行于底面 ABC 的平面所截得的几何体如图所示, 截面为 $A_1B_1C_1$, $\angle BAC=90^\circ$, $A_1A\perp$ 平面 ABC, $A_1A=\sqrt{3}$, $AB=AC=2A_1C_1=2$, D 为 BC 中点.

(1) 证明: 平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1;

(2) 求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\dfrac{2}{3}$, $a_{n+1}=\dfrac{2a_n}{a_n+1}$, $n=1, 2, \cdots$.

(1) 证明: 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}-1\right\}$ 是等比数列;

(2) 数列 $\left\{\dfrac{n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n.

21. 已知抛物线 C: $y=2x^2$, 直线 $y=kx+2$ 交 C 于 A, B 两点, M 是线段 AB 的中点, 过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N.

(1) 证明: 抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行;

(2) 是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{NB}=0$, 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.

22. 设函数 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+1$, $g(x)=ax^2-2x+1$, 其中实数 $a\neq 0$.

(1) 若 $a>0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象只有一个公共点且 $g(x)$ 存在最小值时, 记 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$, 求 $h(a)$ 的值域;

(3) 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $(a, a+2)$ 内均为增函数, 求 a 的取值范围.