

2009 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 理)

一、选择题

1. 设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 全集 $U = A \cup B$, 则集合 $\complement_U(A \cap B)$ 中的元素共有 ()
(A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个
2. 已知 $\frac{\bar{z}}{1+i} = 2+i$, 则复数 $z =$ ()
(A) $-1+3i$ (B) $1-3i$ (C) $3+i$ (D) $3-i$
3. 不等式 $\left| \frac{x+1}{x-1} \right| < 1$ 的解集为 ()
(A) $\{x \mid 0 < x < 1\} \cup \{x \mid x > 1\}$ (B) $\{x \mid 0 < x < 1\}$
(C) $\{x \mid -1 < x < 0\}$ (D) $\{x \mid x < 0\}$
4. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的渐近线与抛物线 $y = x^2 + 1$ 相切, 则该双曲线的离心率等于 ()
(A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{6}$
5. 甲组有 5 名男同学, 3 名女同学; 乙组有 6 名男同学, 2 名女同学. 若从甲、乙两组中各选出 2 名同学, 则选出的 4 人中恰有 1 名女同学的不同选法共有 ()
(A) 150 种 (B) 180 种 (C) 300 种 (D) 345 种
6. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是单位向量, 且 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, 则 $(\mathbf{a} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{c})$ 的最小值为 ()
(A) -2 (B) $\sqrt{2} - 2$ (C) -1 (D) $1 - \sqrt{2}$
7. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, A_1 在底面 ABC 上的射影为 BC 的中点, 则异面直线 AB 与 CC_1 所成的角的余弦值为 ()
(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$
8. 如果函数 $y = 3 \cos(2x + \varphi)$ 的图象关于点 $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$ 中心对称, 那么 $|\varphi|$ 的最小值为 ()
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
9. 已知直线 $y = x + 1$ 与曲线 $y = \ln(x + a)$ 相切, 则 a 的值为 ()
(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2
10. 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 为 60° , 动点 P, Q 分别在面 α, β 内, P 到 β 的距离为 $\sqrt{3}$, Q 到 α 的距离为 $2\sqrt{3}$, 则 P, Q 两点之间距离的最小值为 ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 4
11. 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数, 则 ()
(A) $f(x)$ 是偶函数 (B) $f(x)$ 是奇函数
(C) $f(x) = f(x+2)$ (D) $f(x+3)$ 是奇函数

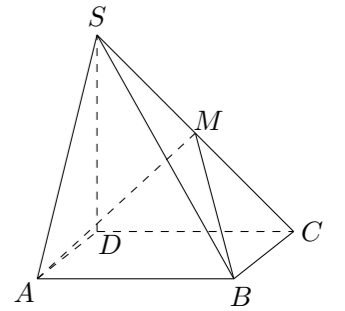
二、填空题

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 右准线为 l , 点 $A \in l$, 线段 AF 交 C 于点 B . 若 $\overrightarrow{FA} = 3\overrightarrow{FB}$, 则 $|\overrightarrow{AF}| =$ ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 3
13. $(x-y)^{10}$ 的展开式中, x^7y^3 的系数与 x^3y^7 的系数之和等于_____.
14. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_9 = 72$, 则 $a_2 + a_4 + a_9 =$ _____.
15. 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的各顶点都在同一球面上. 若 $AB = AC = AA_1 = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, 则此球的表面积等于_____.
16. 若 $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$, 则函数 $y = \tan 2x \tan^3 x$ 的最大值为_____.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 已知 $a^2 - c^2 = 2b$, 且 $\sin A \cos C = 3 \cos A \sin C$, 求 b .

18. 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, $AD = \sqrt{2}$, $DC = SD = 2$, 点 M 在侧棱 SC 上, $\angle ABM = 60^\circ$.
(1) 证明: M 是侧棱 SC 的中点;
(2) 求二面角 $S - AM - B$ 的大小.



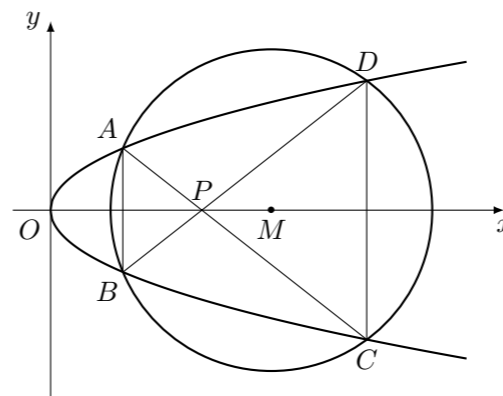
19. 甲、乙二人进行一次围棋比赛, 约定先胜 3 局者获得这次比赛的胜利, 比赛结束, 假设在一局中, 甲获胜的概率为 0.6, 乙获胜的概率为 0.4, 各局比赛结果相互独立, 已知前 2 局中, 甲、乙各胜 1 局.
(1) 求甲获得这次比赛胜利的概率;
(2) 设 ξ 表示从第 3 局开始到比赛结束所进行的局数, 求 ξ 得分布列及数学期望.

20. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)a_n + \frac{n+1}{2^n}$.

- (1) 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

21. 如图, 已知抛物线 $E: y^2 = x$ 与圆 $M: (x-4)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相交于 A, B, C, D 四个点.

- (1) 求 r 的取值范围;
 (2) 当四边形 $ABCD$ 的面积最大时, 求对角线 AC, BD 的交点 P 坐标.



22. 设函数 $f(x) = x^3 + 3bx^2 + 3cx$ 在两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 \in [-1, 0]$, $x_2 \in [1, 2]$.

- (1) 求 b, c 满足的约束条件, 并在下面的坐标平面内, 画出满足这些条件的点 (b, c) 的区域;
 (2) 证明: $-10 \leq f(x_2) \leq -\frac{1}{2}$.

