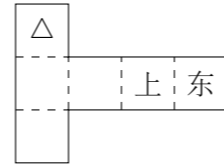


2009 普通高等学校招生考试 (大纲卷 II 文)

一、选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $M = \{1, 3, 5, 7\}$, $N = \{5, 6, 7\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$ ()
 (A) $\{5, 7\}$ (B) $\{2, 4\}$ (C) $\{2, 4, 8\}$ (D) $\{1, 3, 5, 6, 7\}$
2. 函数 $y = \sqrt{-x}$ ($x \leq 0$) 的反函数是 ()
 (A) $y = x^2$ ($x \geq 0$) (B) $y = -x^2$ ($x \geq 0$)
 (C) $y = x^2$ ($x \leq 0$) (D) $y = -x^2$ ($x \leq 0$)
3. 函数 $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图象 ()
 (A) 关于原点对称 (B) 关于直线 $y = -x$ 对称
 (C) 关于 y 轴对称 (D) 关于直线 $y = x$ 对称
4. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\cot A = -\frac{12}{5}$, 则 $\cos A =$ ()
 (A) $\frac{12}{13}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $-\frac{5}{13}$ (D) $-\frac{12}{13}$
5. 已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB$, E 为 AA_1 中点, 则异面直线 BE 与 CD_1 所成的角的余弦值为 ()
 (A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (D) $\frac{3}{5}$
6. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 10$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 5\sqrt{2}$, 则 $|\mathbf{b}| =$ ()
 (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) 5 (D) 25
7. 设 $a = \lg e$, $b = (\lg e)^2$, $c = \lg \sqrt{e}$, 则 ()
 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $c > a > b$ (D) $c > b > a$
8. 双曲线 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的渐近线与圆 $(x-3)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相切, 则 $r =$ ()
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) 6
9. 若将函数 $y = \tan\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数 $y = \tan\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象重合, 则 ω 的最小值为 ()
 (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$
10. 甲、乙两人从 4 门课程中各选修 2 门, 则甲、乙所选的课程中恰有 1 门相同的选法有 ()
 (A) 6 种 (B) 12 种 (C) 24 种 (D) 30 种
11. 已知直线 $y = k(x+2)$ ($k > 0$) 与抛物线 $C: y^2 = 8x$ 相交于 A, B 两点, F 为 C 的焦点. 若 $|FA| = 2|FB|$, 则 $k =$ ()
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

12. 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现有沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展开, 得到如图的平面图形, 则标“ \triangle ”的面的方位是 ()



- (A) 南 (B) 北 (C) 西 (D) 下

二、填空题

13. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = 1$, $S_6 = 4S_3$, 则 $a_4 =$ _____.
14. $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x})^4$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为_____.
15. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 5$ 和点 $A(1, 2)$, 则过 A 且与圆 O 相切的直线与两坐标轴围成的三角形的面积等于_____.
16. 设 OA 是球 O 的半径, M 是 OA 的中点, 过 M 且与 OA 成 45° 角的平面截球 O 的表面得到圆 C . 若圆 C 的面积等于 $\frac{7\pi}{4}$, 则球 O 的表面积等于_____.

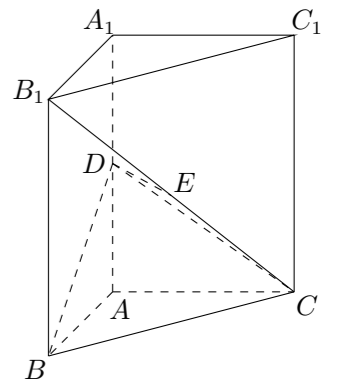
三、解答题

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3a_7 = -16$, $a_4 + a_6 = 0$, 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , $\cos(A-C) + \cos B = \frac{3}{2}$, $b^2 = ac$, 求 B .

19. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, D, E 分别为 AA_1, B_1C 的中点, $DE \perp$ 平面 BCC_1 .

- (1) 证明: $AB = AC$;
- (2) 设二面角 $A - BD - C$ 为 60° , 求 B_1C 与平面 BCD 所成的角的大小.



20. 某车间甲组有 10 名工人, 其中有 4 名女工人; 乙组有 10 名工人, 其中有 6 名女工人. 现采用分层抽样方法 (层内采用不放回简单随机抽样) 从甲、乙两组中共抽取 4 名工人进行技术考核.
- (1) 求从甲、乙两组各抽取的人数;
 - (2) 求从甲组抽取的工人中恰有 1 名女工人的概率;
 - (3) 求抽取的 4 名工人中恰有 2 名男工人的概率.

21. 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (1+a)x^2 + 4ax + 24a$, 其中常数 $a > 1$.
- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
 - (2) 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过右焦点 F 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点, 当 l 的斜率为 1 时, 坐标原点 O 到 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- (1) 求 a, b 的值;
 - (2) C 上是否存在点 P , 使得当 l 绕 F 转到某一位置时, 有 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 成立? 若存在, 求出所有的 P 的坐标与 l 的方程; 若不存在, 说明理由.