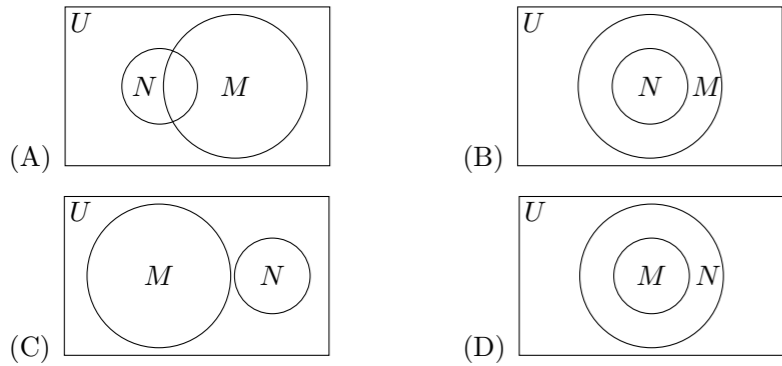


# 2009 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

## 一、选择题

1. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 则正确表示集合  $M = \{-1, 0, 1\}$  和  $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$  关系的韦恩 (Venn) 图是 ( )



2. 下列  $n$  的取值中, 使  $i^n = 1$  ( $i$  是虚数单位) 的是 ( )  
 (A)  $n = 2$       (B)  $n = 3$       (C)  $n = 4$       (D)  $n = 5$

3. 已知平面向量  $\mathbf{a} = (x, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (-x, x^2)$ , 则向量  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  ( )  
 (A) 平行于  $x$  轴      (B) 平行于第一、三象限的角平分线  
 (C) 平行于  $y$  轴      (D) 平行于第二、四象限的角平分线

4. 若函数  $y = f(x)$  是函数  $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的反函数, 且  $f(2) = 1$ , 则  $f(x) =$  ( )  
 (A)  $\log_2 x$       (B)  $\frac{1}{2^x}$       (C)  $\log_{\frac{1}{2}} x$       (D)  $2^{x-2}$

5. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的公比为正数, 且  $a_3 \cdot a_9 = 2a_5^2$ ,  $a_2 = 1$ , 则  $a_1 =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (C)  $\sqrt{2}$       (D) 2

6. 给定下列四个命题:

- ① 若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行, 那么这两个平面相互平行;  
 ② 若一个平面经过另一个平面的垂线, 那么这两个平面相互垂直;  
 ③ 垂直于同一直线的两条直线相互平行;  
 ④ 若两个平面垂直, 那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直.

- 其中, 为真命题的是 ( )  
 (A) ①和②      (B) ②和③      (C) ③和④      (D) ②和④

7. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A, \angle B, \angle C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $a = c = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ , 且  $\angle A = 75^\circ$ , 则  $b =$  ( )  
 (A) 2      (B)  $4 + 2\sqrt{3}$       (C)  $4 - 2\sqrt{3}$       (D)  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

8. 函数  $f(x) = (x - 3)e^x$  的单调递增区间是 ( )  
 (A)  $(-\infty, 2)$       (B)  $(0, 3)$       (C)  $(1, 4)$       (D)  $(2, +\infty)$

9. 函数  $y = 2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$  是 ( )  
 (A) 最小正周期为  $\pi$  的奇函数      (B) 最小正周期为  $\pi$  的偶函数  
 (C) 最小正周期为  $\frac{\pi}{2}$  的奇函数      (D) 最小正周期为  $\frac{\pi}{2}$  的偶函数

10. 广州 2010 年亚运会火炬传递在  $A, B, C, D, E$  五个城市之间进行, 各城市之间的距离 (单位: 百公里) 见下表. 若以  $A$  为起点,  $E$  为终点, 每个城市经过且只经过一次, 那么火炬传递的最短路线距离是 ( )

	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$A$	0	5	4	5	6
$B$	5	0	7	6	2
$C$	4	7	0	9	8.6
$D$	5	6	9	0	5
$E$	6	2	8.6	5	0

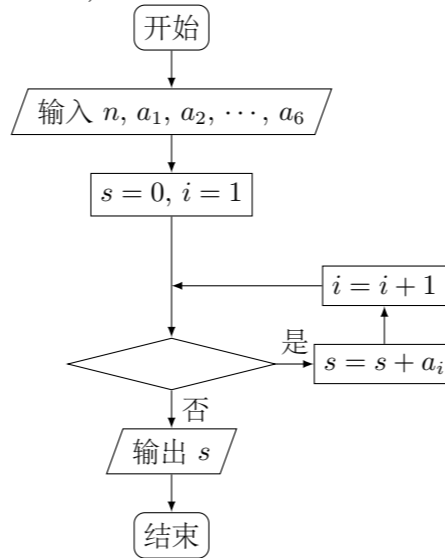
- (A) 20.6      (B) 21      (C) 22      (D) 23

## 二、填空题

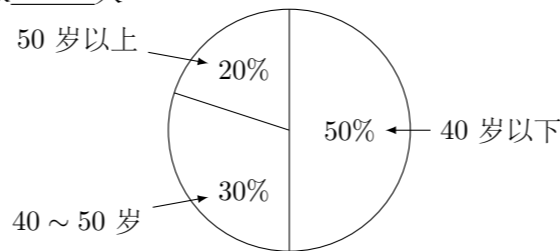
11. 某篮球队 6 名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示:

队员 $i$	1	2	3	4	5	6
三分球个数	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$

如图是统计该 6 名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图, 则图中判断框应填\_\_\_\_\_, 输出的  $s =$ \_\_\_\_\_. (注: 框图中的赋值符号“=”也可以写成“ $\leftarrow$ ”或“ $:=$ ”)



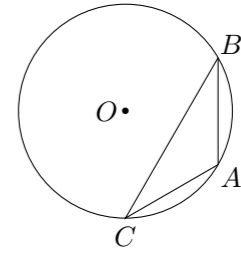
12. 某单位 200 名职工的年龄分布情况如图, 现要从中抽取 40 名职工作样本. 用系统抽样法, 将全体职工随机按 1 ~ 200 编号, 并按编号顺序平均分为 40 组 (1 ~ 5 号, 6 ~ 10 号, ..., 196 ~ 200 号). 若第 5 组抽出的号码为 22, 则第 8 组抽出的号码应是\_\_\_\_\_. 若用分层抽样方法, 则 40 岁以下年龄段应抽取\_\_\_\_\_人.



13. 以点  $(2, -1)$  为圆心且与直线  $x + y = 6$  相切的圆的方程是\_\_\_\_\_.

14. 若直线  $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + 3t, \end{cases}$  ( $t$  为参数) 与直线  $4x + ky = 1$  垂直, 则常数  $k =$ \_\_\_\_\_.

15. 如图, 点  $A, B, C$  是圆  $O$  上的点, 且  $AB = 4$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ , 则圆  $O$  的面积等于\_\_\_\_\_.



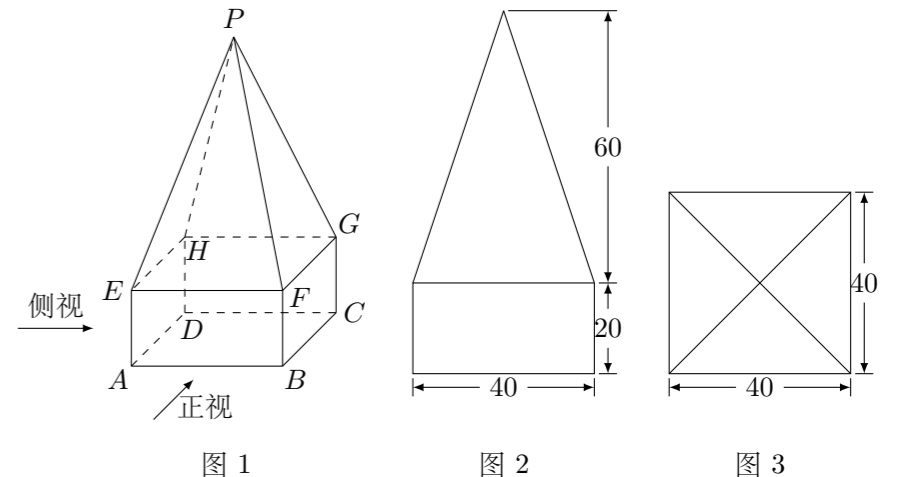
## 三、解答题

16. 已知向量  $\mathbf{a} = (\sin \theta, -2)$  与  $\mathbf{b} = (1, \cos \theta)$  互相垂直, 其中  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

- (1) 求  $\sin \theta \cos \theta$  的值;  
 (2) 若  $5 \cos(\theta - \varphi) = 3\sqrt{5} \cos \varphi$ ,  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ , 求  $\cos \varphi$  的值.

17. 某高速公路收费站入口处的安全标识墩如图 1 所示. 墩的上半部分是正四棱锥  $P-EFGH$ , 下半部分是长方体  $ABCD-EFGH$ . 图 2、图 3 分别是该标识墩的正 (主) 视图和俯视图 (单位: cm).

- (1) 请画出该安全标识墩的侧 (左) 视图;  
 (2) 求该安全标识墩的体积;  
 (3) 证明: 直线  $BD \perp$  平面  $PEG$ .



18. 随机抽取某中学甲、乙两班各 10 名同学, 测量他们的身高 (单位: cm), 获得身高数据的茎叶图如图.

- (1) 根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高;
- (2) 计算甲班的样本方差;
- (3) 现从乙班这 10 名同学中随机抽取两名身高不低于 173 cm 的同学, 求身高为 176 cm 的同学被抽中的概率.

甲班		乙班
	2	18   1
9 9 1 0	17	0 3 6 8 9
8 8 3 2	16	2 5 8
	8	15   9

20. 已知点  $(1, \frac{1}{3})$  是函数  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的图象上一点. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $f(n) - c$ . 数列  $\{b_n\}$  ( $b_n > 0$ ) 的首项为  $c$ , 且前  $n$  项和  $S_n$  满足  $S_n - S_{n-1} = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}}$  ( $n \geq 2$ ).
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;
  - (2) 若数列  $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 问满足  $T_n > \frac{1000}{2009}$  的最小正整数  $n$  是多少?

21. 已知二次函数  $y = g(x)$  的导函数的图象与直线  $y = 2x$  平行, 且  $y = g(x)$  在  $x = -1$  处取得极小值  $m - 1$  ( $m \neq 0$ ). 设  $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ .

- (1) 若曲线  $y = f(x)$  上的点  $P$  到点  $Q(0, 2)$  的距离的最小值为  $\sqrt{2}$ , 求  $m$  的值;
- (2)  $k$  ( $k \in \mathbf{R}$ ) 如何取值时, 函数  $y = f(x) - kx$  存在零点, 并求出零点.

19. 已知椭圆  $G$  的中心在坐标原点, 长轴在  $x$  轴上, 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 两个焦点分别为  $F_1$  和  $F_2$ , 椭圆  $G$  上一点到  $F_1$  和  $F_2$  的距离之和为 12. 圆  $C_k: x^2 + y^2 + 2kx - 4y - 21 = 0$  ( $k \in \mathbf{R}$ ) 的圆心为点  $A_k$ .

- (1) 求椭圆  $G$  的方程;
- (2) 求  $\triangle A_k F_1 F_2$  面积;
- (3) 问是否存在圆  $C_k$  包围椭圆  $G$ ? 请说明理由.