

2009 普通高等学校招生考试 (琼、宁卷文)

一、选择题

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 (A)  $\{3, 5\}$  (B)  $\{3, 6\}$  (C)  $\{3, 7\}$  (D)  $\{3, 9\}$
2. 复数  $\frac{3+2i}{2-3i} =$  ( )  
 (A) 1 (B) -1 (C)  $i$  (D)  $-i$
3. 对变量  $x, y$  有观测数据  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), 得散点图 1; 对变量  $u, v$  有观测数据  $(u_i, v_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), 得散点图 2. 由这两个散点图可以判断 ( )

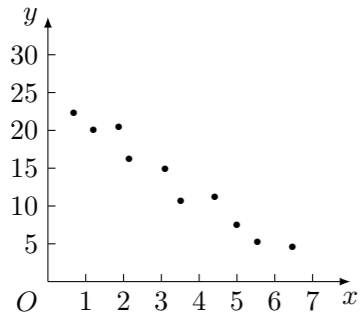


图 1

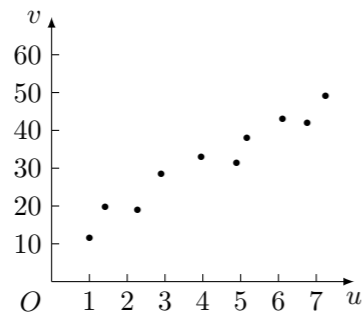
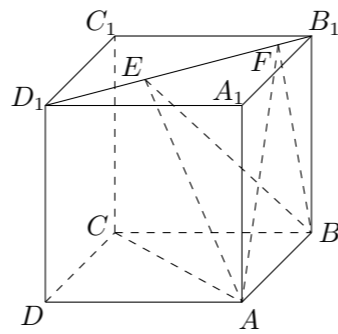


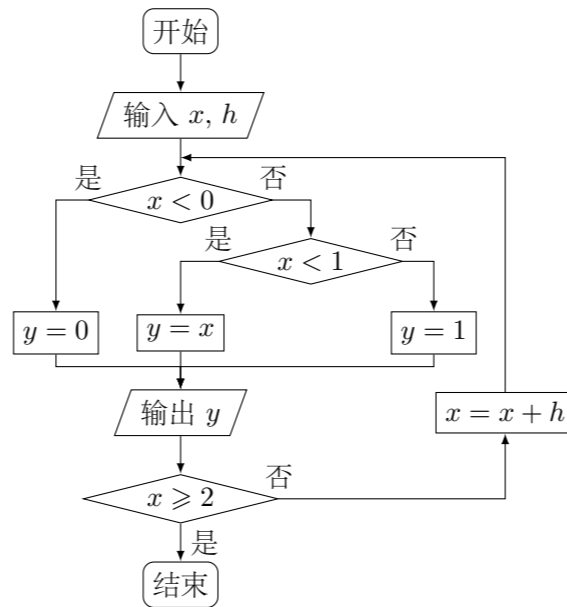
图 2

- (A) 变量  $x$  与  $y$  正相关,  $u$  与  $v$  正相关  
 (B) 变量  $x$  与  $y$  正相关,  $u$  与  $v$  负相关  
 (C) 变量  $x$  与  $y$  负相关,  $u$  与  $v$  正相关  
 (D) 变量  $x$  与  $y$  负相关,  $u$  与  $v$  负相关
4. 有四个关于三角函数的命题:  
 $p_1: \exists x \in \mathbf{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ ;  
 $p_2: \exists x, y \in \mathbf{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$ ;  
 $p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = \sin x$ ;  
 $p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$ .  
 其中假命题的是 ( )  
 (A)  $p_1, p_4$  (B)  $p_2, p_4$  (C)  $p_1, p_3$  (D)  $p_2, p_3$
5. 已知圆  $C_1: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ , 圆  $C_2$  与圆  $C_1$  关于直线  $x - y - 1 = 0$  对称, 则圆  $C_2$  的方程为 ( )  
 (A)  $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 1$  (B)  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$   
 (C)  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1$  (D)  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$
6. 设  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x + y \geq 4, \\ x - y \geq -1, \\ x - 2y \leq 2, \end{cases}$  则  $z = x + y$  ( )  
 (A) 有最小值 2, 最大值 3 (B) 有最小值 2, 无最大值  
 (C) 有最大值 3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

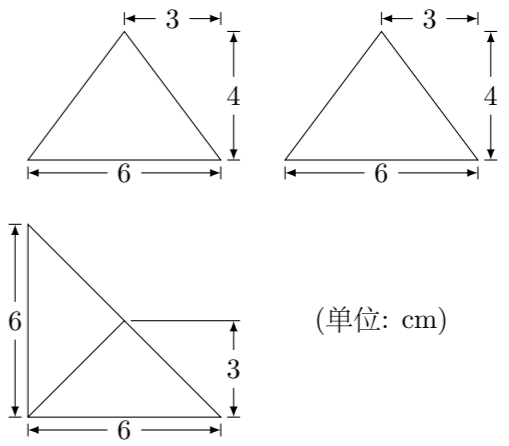
7. 已知  $\mathbf{a} = (-3, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, 0)$ , 向量  $\lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}$  与  $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  垂直, 则实数  $\lambda$  的值为 ( )  
 (A)  $-\frac{1}{7}$  (B)  $\frac{1}{7}$  (C)  $-\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{6}$
8. 等差数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和为  $S_n$ . 已知  $a_{m-1} + a_{m+1} - a_m^2 = 0$ ,  $S_{2m-1} = 38$ , 则  $m =$  ( )  
 (A) 38 (B) 20 (C) 10 (D) 9
9. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱线长为 1, 线段  $B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且  $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则下列结论中错误的是 ( )



- (A)  $AC \perp BE$   
 (B)  $EF \parallel$  平面  $ABCD$   
 (C) 三棱锥  $A - BEF$  的体积为定值  
 (D) 异面直线  $AE, BF$  所成的角为定值
10. 如果执行如图的程序框图, 输入  $x = -2, h = 0.5$ , 那么输出的各个数的和等于 ( )



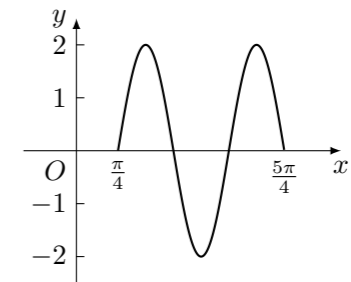
- (A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5
11. 一个棱锥的三视图如图, 则该棱锥的全面积 (单位:  $\text{cm}^2$ ) 为 ( )



- (A)  $48 + 12\sqrt{2}$  (B)  $48 + 24\sqrt{2}$  (C)  $36 + 12\sqrt{2}$  (D)  $36 + 24\sqrt{2}$
12. 用  $\min\{a, b, c\}$  表示  $a, b, c$  三个数中的最小值. 设  $f(x) = \min\{2^x, x + 2, 10 - x\}$  ( $x \geq 0$ ), 则  $f(x)$  的最大值为 ( )  
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

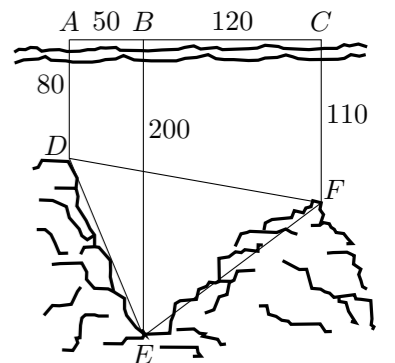
二、填空题

13. 曲线  $y = xe^x + 2x + 1$  在点  $(0, 1)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.
14. 已知抛物线  $C$  的顶点坐标为原点, 焦点在  $x$  轴上, 直线  $y = x$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $P(2, 2)$  为  $AB$  的中点, 则抛物线  $C$  的方程为\_\_\_\_\_.
15. 等比数列  $a_n$  的公比  $q > 0$ , 已知  $a_2 = 1, a_{n+2} + a_{n+1} = 6a_n$ , 则  $a_n$  的前 4 项和  $S_4 =$ \_\_\_\_\_.
16. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  的图象如图所示, 则  $f\left(\frac{7\pi}{12}\right) =$ \_\_\_\_\_.

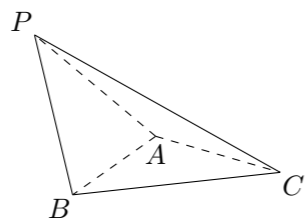


三、解答题

17. 如图, 为了解某海域海底构造, 在海平面内一条直线上的  $A, B, C$  三点进行测量, 已知  $AB = 50 \text{ m}, BC = 120 \text{ m}$ , 于  $A$  处测得水深  $AD = 80 \text{ m}$ , 于  $B$  处测得水深  $BE = 200 \text{ m}$ , 于  $C$  处测得水深  $CF = 110 \text{ m}$ , 求  $\angle DEF$  的余弦值.



18. 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $\triangle PAB$  是等边三角形,  $\angle PAC = \angle PBC = 90^\circ$ .
- (1) 求证:  $AB \perp PC$ ;
- (2) 若  $PC = 4$ , 且平面  $PAC \perp$  平面  $PBC$ , 求三棱锥  $P-ABC$  体积.



19. 某工厂有工人 1000 名, 其中 250 名工人参加过短期培训 (称为 A 类工人), 另外 750 名工人参加过长期培训 (称为 B 类工人), 现用分层抽样方法 (按 A 类、B 类分二层) 从该工厂的工人中共抽查 100 名工人, 调查他们的生产能力 (此处生产能力指一天加工的零件数).
- (1) 求甲、乙两工人都被抽到的概率, 其中甲为 A 类工人, 乙为 B 类工人;
- (2) 从 A 类工人中的抽查结果和从 B 类工人中的抽插结果分别如下表 1 和表 2.

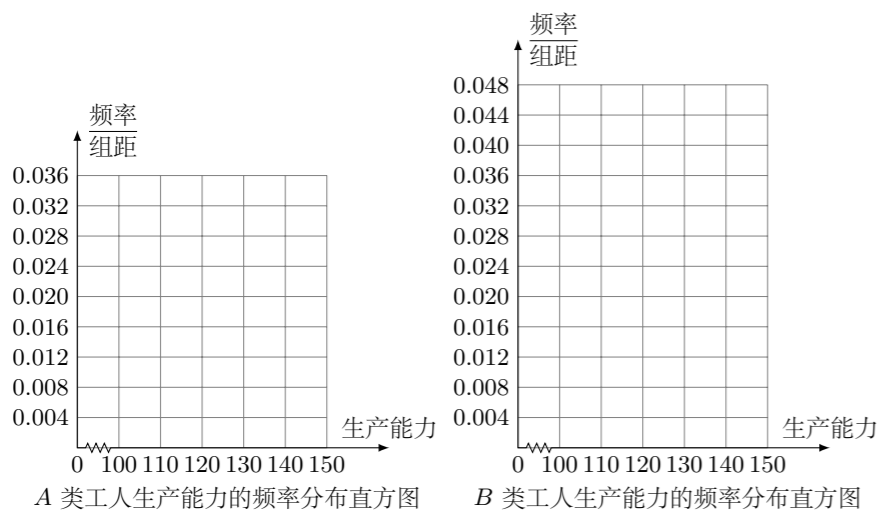
表 1:

生产能力分组	[100, 110)	[110, 120)	[120, 130)	[130, 140)	[140, 150)
人数	4	8	$x$	5	3

表 2:

生产能力分组	[110, 120)	[120, 130)	[130, 140)	[140, 150)
人数	6	$y$	36	18

① 先确定  $x, y$ , 再在答题纸上完成下列频率分布直方图. 就生产能力而言, A 类工人中个体间的差异程度与 B 类工人中个体间的差异程度哪个更小? (不用计算, 可通过观察直方图直接回答结论)

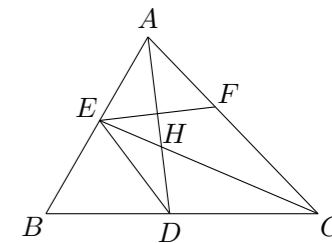


② 分别估计 A 类工人和 B 类工人生产能力的平均数, 并估计该工厂工人的生产能力的平均数. (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

20. 已知椭圆  $C$  的中心为直角坐标系  $xOy$  的原点, 焦点在  $x$  轴上, 它的一个顶点到两个焦点的距离分别是 7 和 1.
- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 若  $P$  为椭圆  $C$  上的动点,  $M$  为过  $P$  且垂直于  $x$  轴的直线上的点,  $\frac{|OP|}{|OM|} = e$  ( $e$  为椭圆  $C$  的离心率), 求点  $M$  的轨迹方程, 并说明轨迹是什么曲线.

21. 已知函数  $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 9a^2x + a^3$ .
- (1) 设  $a = 1$ , 求函数  $f(x)$  的极值;
- (2) 若  $a > \frac{1}{4}$ , 且当  $x \in [1, 4a]$  时,  $|f'(x)| \leq 12a$  恒成立, 试确定  $a$  的取值范围.

22. 如图, 已知  $\triangle ABC$  的两条角平分线  $AD$  和  $CE$  相交于  $H$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $F$  在  $AC$  上, 且  $AE = AF$ .
- (1) 证明:  $B, D, H, E$  四点共圆;
- (2) 证明:  $CE$  平分  $\angle DEF$ .



23. 已知曲线  $C_1: \begin{cases} x = -4 + \cos t, \\ y = 3 + \sin t, \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $C_2: \begin{cases} x = 8 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数).
- (1) 化  $C_1, C_2$  的方程为普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线
- (2) 若  $C_1$  上的点  $P$  对应的参数为  $t = \frac{\pi}{2}$ ,  $Q$  为  $C_2$  上的动点, 求  $PQ$  中点  $M$  到直线  $C_3: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = -2 + t, \end{cases}$  ( $t$  为参数) 距离的最小值.

24. 如图,  $O$  为数轴的原点,  $A, B, M$  为数轴上三点,  $C$  为线段  $OM$  上的动点, 设  $x$  表示  $C$  与原点的距离,  $y$  表示  $C$  到  $A$  距离 4 倍与  $C$  到  $B$  距离的 6 倍的和.
- (1) 将  $y$  表示成  $x$  的函数;
- (2) 要使  $y$  的值不超过 70,  $x$  应该在什么范围内取值?

