

2009 普通高等学校招生考试 (琼、宁卷理)

一、选择题

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$ , 则  $A \cap \mathbb{C}_{\mathbb{N}}B =$  ( )  
 (A)  $\{1, 5, 7\}$  (B)  $\{3, 5, 7\}$  (C)  $\{1, 3, 9\}$  (D)  $\{1, 2, 3\}$

2. 复数  $\frac{3+2i}{2-3i} - \frac{3-2i}{2+3i} =$  ( )  
 (A) 0 (B) 2 (C)  $-2i$  (D) 2

3. 对变量  $x, y$  有观测数据  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), 得散点图 1; 对变量  $u, v$  有观测数据  $(u_i, v_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), 得散点图 2. 由这两个散点图可以判断 ( )

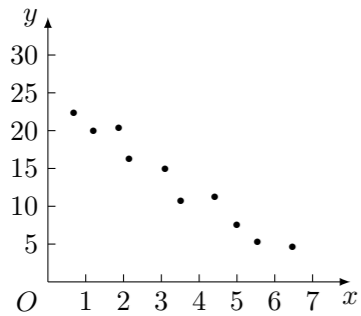


图 1

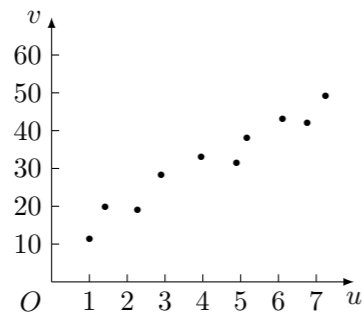


图 2

- (A) 变量  $x$  与  $y$  正相关,  $u$  与  $v$  正相关
- (B) 变量  $x$  与  $y$  正相关,  $u$  与  $v$  负相关
- (C) 变量  $x$  与  $y$  负相关,  $u$  与  $v$  正相关
- (D) 变量  $x$  与  $y$  负相关,  $u$  与  $v$  负相关

4. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  的焦点到渐近线的距离为 ( )  
 (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 2 (C)  $\sqrt{3}$  (D) 1

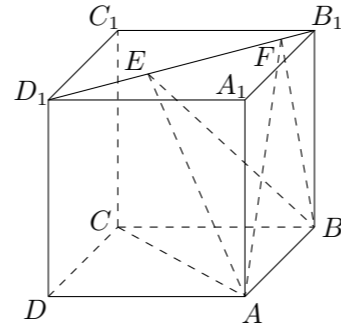
5. 有四个关于三角函数的命题:  
 $p_1: \exists x \in \mathbf{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ ;  
 $p_2: \exists x, y \in \mathbf{R}, \sin(x-y) = \sin x - \sin y$ ;  
 $p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}} = \sin x$ ;  
 $p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$ .  
 其中假命题的是 ( )  
 (A)  $p_1, p_4$  (B)  $p_2, p_4$  (C)  $p_1, p_3$  (D)  $p_2, p_3$

6. 设  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x + y \geq 4, \\ x - y \geq -1, \\ x - 2y \leq 2, \end{cases}$  则  $z = x + y$  ( )  
 (A) 有最小值 2, 最大值 3 (B) 有最小值 2, 无最大值  
 (C) 有最大值 3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

7. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $4a_1, 2a_2, a_3$  成等差数列. 若  $a_1=1$ , 则  $S_4=$  ( )

- (A) 7 (B) 8 (C) 15 (D) 16

8. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱线长为 1, 线段  $B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且  $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则下列结论中错误的是 ( )

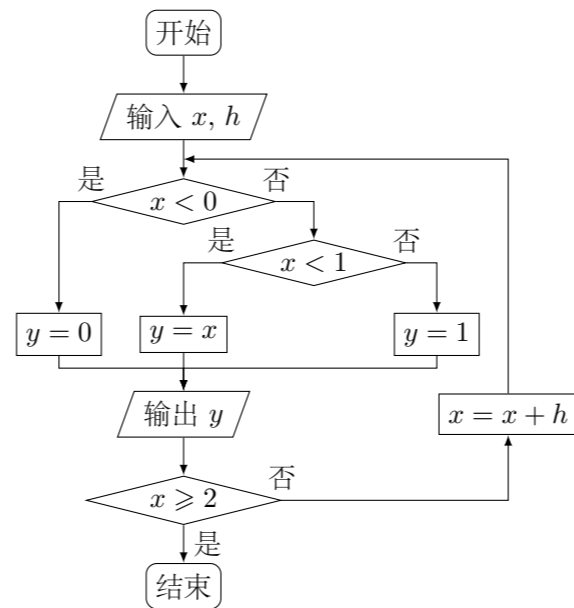


- (A)  $AC \perp BE$
- (B)  $EF \parallel$  平面  $ABCD$
- (C) 三棱锥  $A - BEF$  的体积为定值
- (D) 异面直线  $AE, BF$  所成的角为定值

9. 已知  $O, N, P$  在  $\triangle ABC$  所在平面内, 且  $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}|$ ,  $\vec{NA} + \vec{NB} + \vec{NC} = \mathbf{0}$ ,  $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = \vec{PB} \cdot \vec{PC} = \vec{PC} \cdot \vec{PA}$ , 则点  $O, N, P$  依次是  $\triangle ABC$  的 ( )

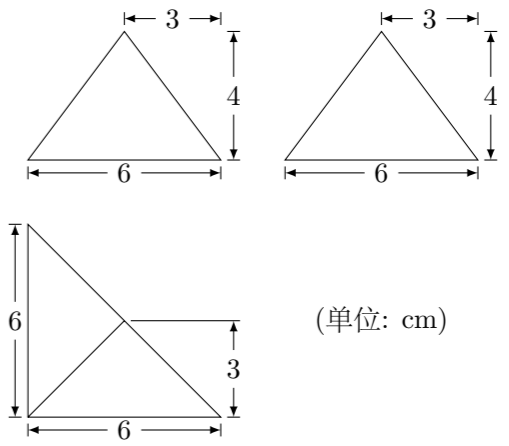
- (A) 重心、外心、垂心 (B) 重心、外心、内心
- (C) 外心、重心、垂心 (D) 外心、重心、内心

10. 如果执行如图的程序框图, 输入  $x = -2, h = 0.5$ , 那么输出的各个数的和等于 ( )



- (A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5

11. 一个棱锥的三视图如图, 则该棱锥的全面积 (单位:  $\text{cm}^2$ ) 为 ( )



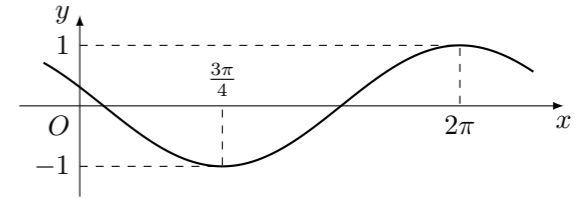
- (A)  $48 + 12\sqrt{2}$  (B)  $48 + 24\sqrt{2}$  (C)  $36 + 12\sqrt{2}$  (D)  $36 + 24\sqrt{2}$

12. 用  $\min\{a, b, c\}$  表示  $a, b, c$  三个数中的最小值. 设  $f(x) = \min\{2^x, x + 2, 10 - x\}$  ( $x \geq 0$ ), 则  $f(x)$  的最大值为 ( )  
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

二、填空题

13. 设已知抛物线  $C$  的顶点在坐标原点, 焦点为  $F(1, 0)$ , 直线  $l$  与抛物线  $C$  相交于  $A, B$  两点. 若  $AB$  的中点为  $(2, 2)$ , 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $y = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, -\pi \leq \varphi < \pi$ ) 的图象如图所示, 则  $\varphi =$ \_\_\_\_\_.

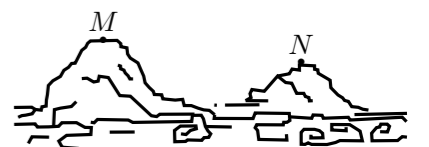
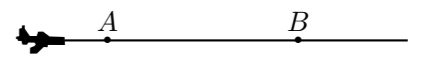


15. 7 名志愿者中安排 6 人在周六、周日两天参加社区公益活动. 若每天安排 3 人, 则不同的安排方案共有\_\_\_\_\_种. (用数字作答)

16. 等差数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和为  $S_n$ . 已知  $a_{m-1} + a_{m+1} - a_m^2 = 0, S_{2m-1} = 38$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题

17. 为了测量两山顶  $M, N$  间的距离, 飞机沿水平方向在  $A, B$  两点进行测量.  $A, B, M, N$  在同一个铅垂平面内 (如示意图), 飞机能够测量的数据有俯角和  $A, B$  间的距离, 请设计一个方案, 包括: ① 指出需要测量的数据 (用字母表示, 并在图中标出); ② 用文字和公式写出计算  $M, N$  间的距离的步骤.



18. 某工厂有工人 1000 名, 其中 250 名工人参加过短期培训 (称为 A 类工人), 另外 750 名工人参加过长期培训 (称为 B 类工人), 现用分层抽样方法 (按 A 类、B 类分二层) 从该工厂的工人中共抽查 100 名工人, 调查他们的生产能力 (此处生产能力指一天加工的零件数).

- (1) 求甲、乙两工人都被抽到的概率, 其中甲为 A 类工人, 乙为 B 类工人;  
 (2) 从 A 类工人中的抽查结果和从 B 类工人中的抽插结果分别如下表 1 和表 2.

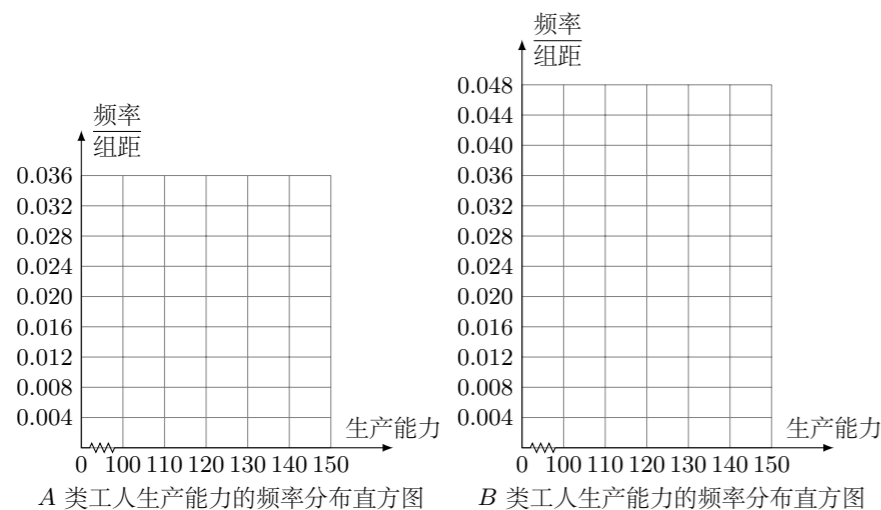
表 1:

生产能力分组	[100, 110)	[110, 120)	[120, 130)	[130, 140)	[140, 150)
人数	4	8	$x$	5	3

表 2:

生产能力分组	[110, 120)	[120, 130)	[130, 140)	[140, 150)
人数	6	$y$	36	18

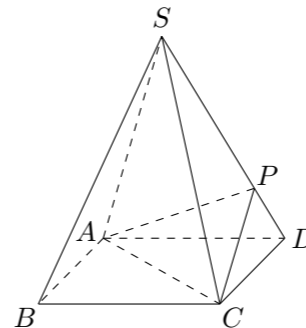
- ① 先确定  $x, y$ , 再在答题纸上完成下列频率分布直方图. 就生产能力而言, A 类工人中个体间的差异程度与 B 类工人中个体间的差异程度哪个更小? (不用计算, 可通过观察直方图直接回答结论)



- ② 分别估计 A 类工人和 B 类工人生产能力的平均数, 并估计该工厂工人的生产能力的平均数. (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

19. 如图, 四棱锥  $S-ABCD$  的底面是正方形, 每条侧棱的长都是地面边长的  $\sqrt{2}$  倍,  $P$  为侧棱  $SD$  上的点.

- (1) 求证:  $AC \perp SD$ ;  
 (2) 若  $SD \perp$  平面  $PAC$ , 求二面角  $P-AC-D$  的大小;  
 (3) 在 (2) 的条件下, 侧棱  $SC$  上是否存在一点  $E$ , 使得  $BE \parallel$  平面  $PAC$ . 若存在, 求  $SE:EC$  的值; 若不存在, 试说明理由.



20. 已知椭圆  $C$  的中心为直角坐标系  $xOy$  的原点, 焦点在  $x$  轴上, 它的一个顶点到两个焦点的距离分别是 7 和 1.

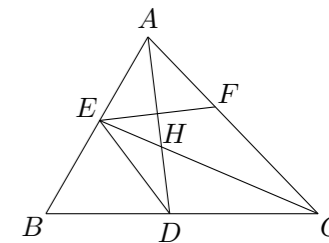
- (1) 求椭圆  $C$  的方程;  
 (2) 若  $P$  为椭圆  $C$  上的动点,  $M$  为过  $P$  且垂直于  $x$  轴的直线上的点,  $\frac{|OP|}{|OM|} = \lambda$ , 求点  $M$  的轨迹方程, 并说明轨迹是什么曲线.

21. 已知函数  $f(x) = (x^3 + 3x^2 + ax + b)e^{-x}$ .

- (1) 若  $a = b = -3$ , 求  $f(x)$  的单调区间;  
 (2) 若  $f(x)$  在  $(-\infty, \alpha)$ ,  $(2, \beta)$  单调增加, 在  $(\alpha, 2)$ ,  $(\beta, +\infty)$  单调减少, 证明:  $\beta - \alpha < 6$ .

22. 如图, 已知  $\triangle ABC$  的两条角平分线  $AD$  和  $CE$  相交于  $H$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $F$  在  $AC$  上, 且  $AE = AF$ .

- (1) 证明:  $B, D, H, E$  四点共圆;  
 (2) 证明:  $CE$  平分  $\angle DEF$ .



23. 已知曲线  $C_1: \begin{cases} x = -4 + \cos t, \\ y = 3 + \sin t, \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $C_2: \begin{cases} x = 8 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数).

- (1) 化  $C_1, C_2$  的方程为普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线  
 (2) 若  $C_1$  上的点  $P$  对应的参数为  $t = \frac{\pi}{2}$ ,  $Q$  为  $C_2$  上的动点, 求  $PQ$  中点

$M$  到直线  $C_3: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = -2 + t, \end{cases}$  ( $t$  为参数) 距离的最小值.

24. 如图,  $O$  为数轴的原点,  $A, B, M$  为数轴上三点,  $C$  为线段  $OM$  上的动点, 设  $x$  表示  $C$  与原点的距离,  $y$  表示  $C$  到  $A$  距离 4 倍与  $C$  到  $B$  距离的 6 倍的和.

- (1) 将  $y$  表示成  $x$  的函数;  
 (2) 要使  $y$  的值不超过 70,  $x$  应该在什么范围内取值?

