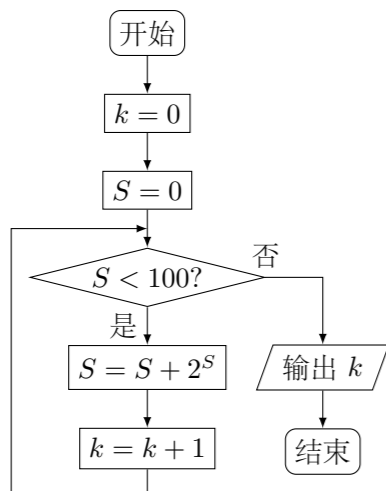


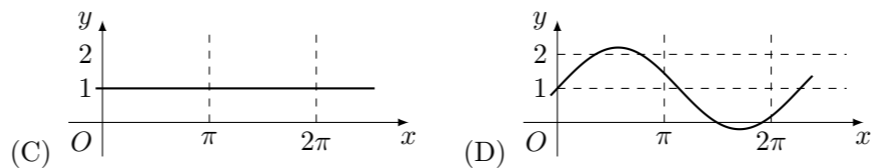
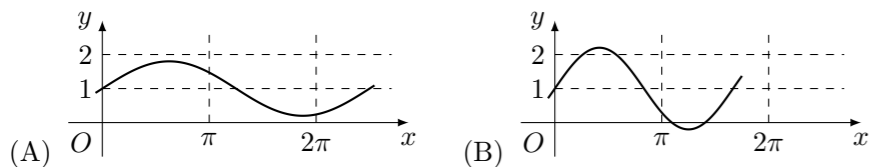
2009 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

一、选择题

1. 设  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | x > 0\}$ ,  $B = \{x | x > 1\}$ , 则  $A \cap \complement_U B =$  ( )  
 (A)  $\{x | 0 \leq x < 1\}$  (B)  $\{x | 0 < x \leq 1\}$   
 (C)  $\{x | x < 0\}$  (D)  $\{x | x > 1\}$
2. 已知  $a, b$  是实数, 则“ $a > 0$  且  $b > 0$ ”是“ $a + b > 0$  且  $ab > 0$ ”的 ( )  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
3. 设  $z = 1 + i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $\frac{2}{z} + z^2 =$  ( )  
 (A)  $-1 - i$  (B)  $-1 + i$  (C)  $1 - i$  (D)  $1 + i$
4. 在二项式  $(x^2 - \frac{1}{x})^5$  的展开式中, 含  $x^4$  的项的系数是 ( )  
 (A)  $-10$  (B)  $10$  (C)  $-5$  (D)  $5$
5. 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 各棱长相等, 侧棱垂直于底面, 点  $D$  是侧面  $BB_1C_1C$  的中心, 则  $AD$  与平面  $BB_1C_1C$  所成角的大小是 ( )  
 (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$
6. 某程序框图如图所示, 该程序运行后输出的  $k$  的值是 ( )



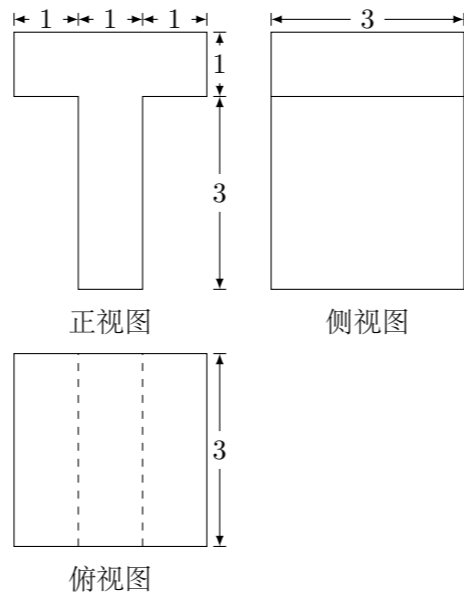
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
7. 设向量  $a, b$  满足:  $|a| = 3, |b| = 4, a \cdot b = 0$ . 以  $a, b, a - b$  的模为边长构成三角形, 则它的边与半径为 1 的圆的公共点个数最多为 ( )  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
  8. 已知  $a$  是实数, 则函数  $f(x) = 1 + a \sin ax$  的图象不可能是 ( )



9. 过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右顶点  $A$  作斜率为  $-1$  的直线, 该直线与双曲线的两条渐近线的交点分别为  $B, C$ . 若  $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ , 则双曲线的离心率是 ( )  
 (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{5}$  (D)  $\sqrt{10}$
10. 对于正实数  $\alpha$ , 记  $M_\alpha$  为满足下述条件的函数  $f(x)$  构成的集合:  $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$  且  $x_2 > x_1$ , 有  $-\alpha(x_2 - x_1) < f(x_2) - f(x_1) < \alpha(x_2 - x_1)$ . 下列结论中正确的是 ( )  
 (A) 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$ , 则  $f(x) \cdot g(x) \in M_{\alpha_1 \cdot \alpha_2}$   
 (B) 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$  且  $g(x) \neq 0$ , 则  $\frac{f(x)}{g(x)} \in M_{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$   
 (C) 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$ , 则  $f(x) + g(x) \in M_{\alpha_1 + \alpha_2}$   
 (D) 若  $f(x) \in M_{\alpha_1}, g(x) \in M_{\alpha_2}$  且  $\alpha_1 > \alpha_2$ , 则  $f(x) - g(x) \in M_{\alpha_1 - \alpha_2}$

二、填空题

11. 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q = \frac{1}{2}$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $\frac{S_4}{a_4} =$  \_\_\_\_\_.
12. 若某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则此几何体的体积是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$ .



13. 若实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} x + y \geq 2, \\ 2x - y \leq 4, \\ x - y \geq 0, \end{cases}$  则  $2x + 3y$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

14. 某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价. 该地区的电网销售电价表如下:

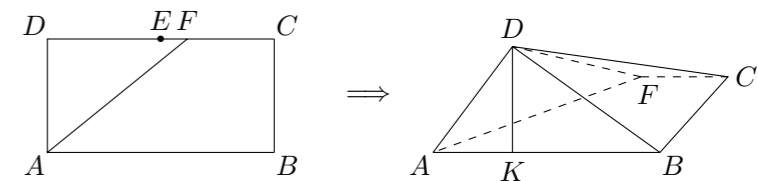
高峰月用电量 (单位: 千瓦时)	高峰电价 (单位: 元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.568
超过 50 至 200 的部分	0.598
超过 200 的部分	0.668

高峰月用电量 (单位: 千瓦时)	高峰电价 (单位: 元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.288
超过 50 至 200 的部分	0.318
超过 200 的部分	0.388

若某家庭 5 月份的高峰时段用电量为 200 千瓦时, 低谷时段用电量为 100 千瓦时, 则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为 \_\_\_\_\_ 元. (用数字作答)

15. 观察下列等式:  
 $C_5^1 + C_5^5 = 2^3 - 2,$   
 $C_9^1 + C_9^5 + C_9^9 = 2^7 + 2^3,$   
 $C_{13}^1 + C_{13}^5 + C_{13}^9 + C_{13}^{13} = 2^{11} - 2^5,$   
 $C_{17}^1 + C_{17}^5 + C_{17}^9 + C_{17}^{13} + C_{17}^{17} = 2^{15} + 2^7,$   
 ...  
 由以上等式推测到一个一般的结论:  
 对于  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $C_{4n+1}^1 + C_{4n+1}^5 + C_{4n+1}^9 + \dots + C_{4n+1}^{4n+1} =$  \_\_\_\_\_.

16. 甲、乙、丙 3 人站到共有 7 级的台阶上, 若每级台阶最多站 2 人, 同一级台阶上的人不区分站的位置, 则不同的站法种数是 \_\_\_\_\_. (用数字作答)
17. 如图, 在长方形  $ABCD$  中,  $AB = 2, BC = 1, E$  为  $DC$  的中点,  $F$  为线段  $EC$  (端点除外) 上一动点. 现将  $\triangle AFD$  沿  $AF$  折起, 使平面  $ABD \perp$  平面  $ABC$ . 在平面  $ABD$  内过点  $D$  作  $DK \perp AB, K$  为垂足. 设  $AK = t$ , 则  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



三、解答题

18. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 且满足  $\cos \frac{A}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$ .  
 (1) 求  $\triangle ABC$  的面积;  
 (2) 若  $b + c = 6$ , 求  $a$  的值.

19. 在  $1, 2, 3, \dots, 9$  这 9 个自然数中, 任取 3 个数.

(1) 求这 3 个数中恰有 1 个是偶数的概率;

(2) 设  $\xi$  为这 3 个数中两数相邻的组数 (例如: 若取出的数为  $1, 2, 3$ , 则有两组相邻的数  $1, 2$  和  $2, 3$ , 此时  $\xi$  的值是 2). 求随机变量  $\xi$  的分布列及其数学期望  $E\xi$ .

21. 已知椭圆  $C_1: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的右顶点为  $A(1, 0)$ , 过  $C_1$  的焦点且垂直长轴的弦长为 1.

(1) 求椭圆  $C_1$  的方程;

(2) 设点  $P$  在抛物线  $C_2: y = x^2 + h$  ( $h \in \mathbf{R}$ ) 上,  $C_2$  在点  $P$  处的切线与  $C_1$  交于点  $M, N$ . 当线段  $AP$  的中点与  $MN$  的中点的横坐标相等时, 求  $h$  的最小值.

22. 已知函数  $f(x) = x^3 - (k^2 - k + 1)x^2 + 5x - 2$ ,  $g(x) = k^2x^2 + kx + 1$ , 其中  $k \in \mathbf{R}$ .

(1) 设函数  $p(x) = f(x) + g(x)$ . 若  $p(x)$  在区间  $(0, 3)$  上不单调, 求  $k$  的取值范围;

(2) 设函数  $q(x) = \begin{cases} g(x), & x \geq 0, \\ f(x), & x < 0. \end{cases}$  是否存在  $k$ , 对任意给定的非零实数  $x_1$ , 存在唯一的非零实数  $x_2$  ( $x_2 \neq x_1$ ), 使得  $q'(x_2) = q'(x_1)$  成立? 若存在, 求  $k$  的值; 若不存在, 请说明理由.

20. 如图, 平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ,  $\triangle ABC$  是以  $AC$  为斜边的等腰直角三角形,  $E, F, O$  分别为  $PA, PB, AC$  的中点,  $AC = 16, PA = PC = 10$ .

(1) 设  $G$  是  $OC$  的中点, 证明:  $FG \parallel$  平面  $BOE$ ;

(2) 证明: 在  $\triangle ABO$  内存在一点  $M$ , 使  $FM \perp$  平面  $BOE$ , 并求点  $M$  到  $OA, OB$  的距离.

