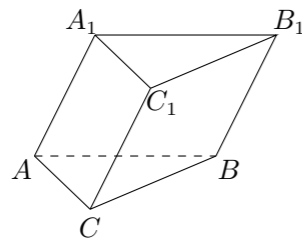


2009 普通高等学校招生考试 (湖北卷文)

一、选择题

- 若向量 $\mathbf{a} = (1, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 1)$, $\mathbf{c} = (4, 2)$, 则 $\mathbf{c} =$ ()
 (A) $3\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (B) $3\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (C) $-\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ (D) $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$
- 函数 $y = \frac{1-2x}{1+2x}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq -\frac{1}{2}$) 的反函数是 ()
 (A) $y = \frac{1+2x}{1-2x}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq \frac{1}{2}$) (B) $y = \frac{1-2x}{1+2x}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq -\frac{1}{2}$)
 (C) $y = \frac{1+x}{2(1-x)}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq 1$) (D) $y = \frac{1-x}{2(1+x)}$ ($x \in \mathbf{R}, x \neq -1$)
- “ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ”是“ $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$ ”的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 从 5 名志愿者中选派 4 人在星期五、星期六、星期日参加公益活动, 每人一天. 要求星期五有一人参加, 星期六有两人参加, 星期日有一人参加, 则不同的选派方法共有 ()
 (A) 120 种 (B) 96 种 (C) 60 种 (D) 48 种
- 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 的准线经过椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 的焦点, 则 $b =$ ()
 (A) 3 (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$
- 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ACC_1 = 60^\circ$, $\angle BCC_1 = 45^\circ$, 侧棱 CC_1 的长为 1, 则该三棱柱的高等于 ()



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 函数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 2$ 的图象 F 按向量 \mathbf{a} 平移到 F' , F' 的解析式 $y = f(x)$, 当 $y = f(x)$ 为奇函数时, 向量 \mathbf{a} 可以等于 ()
 (A) $\left(\frac{\pi}{6}, -2\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{6}, 2\right)$ (C) $\left(-\frac{\pi}{6}, -2\right)$ (D) $\left(-\frac{\pi}{6}, 2\right)$
 - 在“家电下乡”活动中, 某厂要将 100 台洗衣机运往邻近的乡镇, 现有 4 辆甲型货车和 8 辆乙型货车可供使用, 每辆甲型货车运输费用 400 元, 可装洗衣机 20 台; 每辆乙型货车运输费用 300 元, 可装洗衣机 10 台, 若每辆至多只运一次, 则该厂所花的最少运输费用为 ()
 (A) 2000 元 (B) 2200 元 (C) 2400 元 (D) 2800 元

- 设 $x \in \mathbf{R}$, 记不超过 x 的最大整数为 $[x]$, 令 $\{x\} = x - [x]$, 则 $\left\{\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right\}$, $\left[\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right]$, $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ()
 (A) 是等差数列但不是等比数列 (B) 是等比数列但不是等差数列
 (C) 既是等差数列又是等比数列 (D) 既不是等差数列也不是等比数列

10. 古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种性状来研究数, 例如:

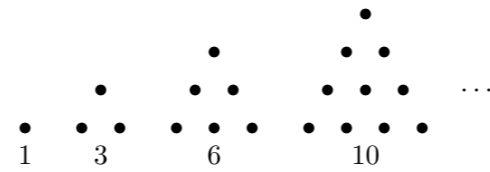


图 1

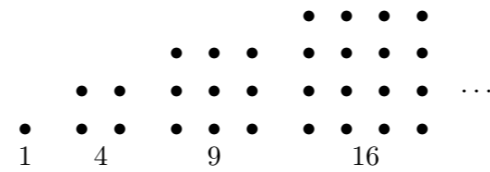


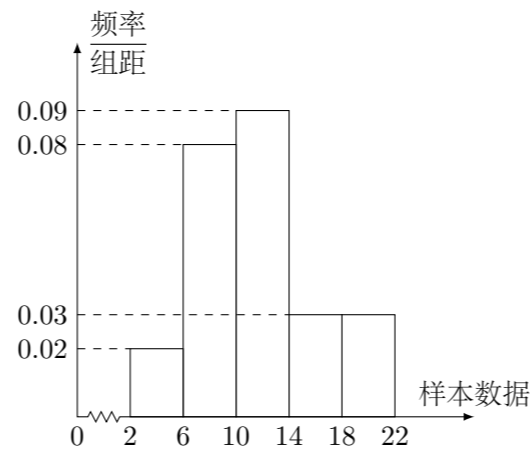
图 2

他们研究过图 1 中的 1, 3, 6, 10, \dots , 由于这些数能够表示成三角形, 将其称为三角形数; 类似地, 称图 2 中的 1, 4, 9, 16, \dots 这样的数成为正方形数. 下列数中及时三角形数又是正方形数的是 ()

- (A) 289 (B) 1024 (C) 1225 (D) 1378

二、填空题

- 已知 $(1+ax)^5 = 1 + 10x + bx^2 + \dots + a^5x^5$, 则 $b =$ _____.
- 甲、乙、丙三人将参加某项测试, 他们能达标的概率分别是 0.8、0.6、0.5, 则三人都达标的概率是_____, 三人中至少有一人达标的概率是_____.
- 设集合 $A = \{x \mid \log_2 x < 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x-1}{x+2} < 1\right\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- 过原点 O 作圆 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$ 的两条切线, 设切点分别为 P 、 Q , 则线段 PQ 的长为_____.
- 下图是样本容量为 200 的频率分布直方图.

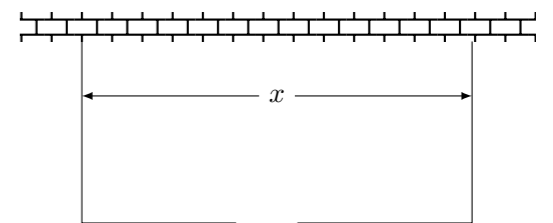


根据样本的频率分布直方图估计, 样本数据落在 $[6, 10)$ 内的频数为_____, 数据落在 $[2, 10)$ 内的概率约为_____.

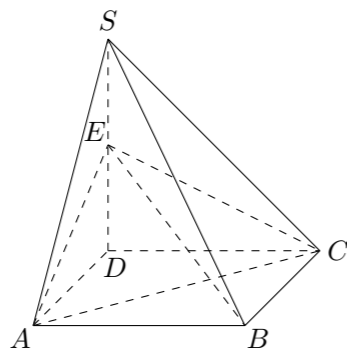
三、解答题

- 在锐角 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边, 且 $\sqrt{3}a = 2c \sin A$.
 (1) 确定角 C 的大小;
 (2) 若 $c = \sqrt{7}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $a+b$ 的值.

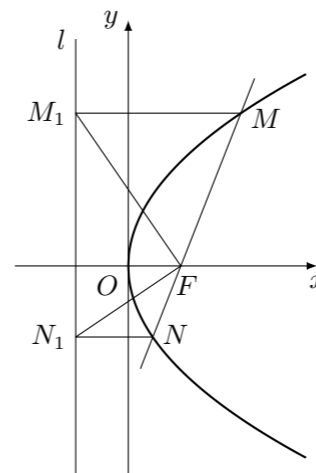
- 围建一个面积为 360 m^2 的矩形场地, 要求矩形场地的一面利用旧墙 (利用旧墙需维修), 其它三面围墙要新建, 在旧墙的对面的新墙上要留一个宽度为 2 m 的进出口. 如图所示, 已知旧墙的维修费用为 45 元/m , 新墙的造价为 180 元/m . 设利用的旧墙的长度为 x (单位: m), 修建此矩形场地围墙的总费用为 y (单位: 元).
 (1) 将 y 表示为 x 的函数;
 (2) 试确定 x , 使修建此矩形场地围墙的总费用最小, 并求出最小总费用.



18. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, $SD \perp$ 平面 $ABCD$, $SD = AD = a$, 点 E 是 SD 上的点, 且 $DE = \lambda a$ ($0 < \lambda \leq 1$).
- (1) 求证: 对任意的 $\lambda \in (0, 1]$, 都有 $AC \perp BE$;
- (2) 若二面角 $C-AE-D$ 的大小为 60° , 求 λ 的值.



20. 如图, 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 的直线与抛物线相交于 M 、 N 两点, 自 M 、 N 向准线 l 作垂线, 垂足分别为 M_1 、 N_1 .
- (1) 求证: $FM_1 \perp FN_1$;
- (2) 记 $\triangle FMM_1$ 、 $\triangle FM_1N_1$ 、 $\triangle FNN_1$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 试判断 $S_2^2 = 4S_1S_3$ 是否成立, 并证明你的结论.



21. 已知关于 x 的函数 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + bx^2 + cx + bc$, 其导函数为 $f'(x)$. 令 $g(x) = |f'(x)|$, 记函数 $g(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值为 M .
- (1) 如果函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处有极值 $-\frac{4}{3}$, 试确定 b 、 c 的值;
- (2) 若 $|b| > 1$, 证明对任意的 c , 都有 $M > 2$;
- (3) 若 $M \geq k$ 对任意的 b 、 c 恒成立, 试求 k 的最大值.

19. 已知 $\{a_n\}$ 是一个公差大于 0 的等差数列, 且满足 $a_3a_6 = 55$, $a_2 + a_7 = 16$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 满足等式: $a_n = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \frac{b_3}{2^3} + \cdots + \frac{b_n}{2^n}$ (n 为正整数), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .