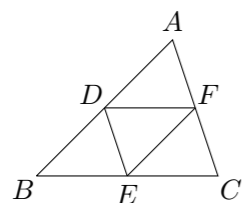


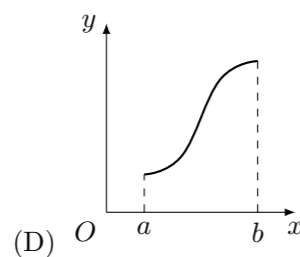
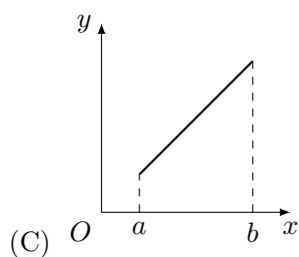
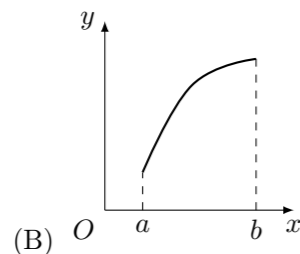
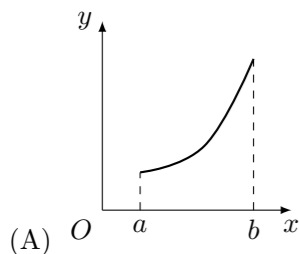
## 2009 普通高等学校招生考试 (湖南卷文)

### 一、选择题

1.  $\log_2 \sqrt{2}$  的值为 ( )  
 (A)  $-\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{2}$
2. 抛物线  $y^2 = -8x$  的焦点坐标是 ( )  
 (A) (2, 0) (B) (-2, 0) (C) (4, 0) (D) (-4, 0)
3. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $a_2 = 3, a_6 = 11$ , 则  $S_7$  等于 ( )  
 (A) 13 (B) 35 (C) 49 (D) 63
4. 如图,  $D, E, F$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB, BC, CA$  的中点, 则 ( )



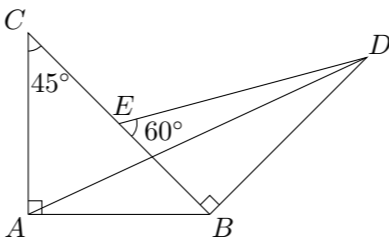
- (A)  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \mathbf{0}$  (B)  $\vec{BD} - \vec{CF} + \vec{DF} = \mathbf{0}$   
 (C)  $\vec{AD} + \vec{CE} - \vec{CF} = \mathbf{0}$  (D)  $\vec{BD} - \vec{BE} - \vec{FC} = \mathbf{0}$
5. 某地政府召集 5 家企业的负责人开会, 其中甲企业有 2 人到会, 其余 4 家企业各有 1 人到会, 会上有 3 人发言, 则这 3 人来自 3 家不同企业的可能情况的种数为 ( )  
 (A) 14 (B) 16 (C) 20 (D) 48
6. 平面六面体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 既与  $AB$  共面也与  $CC_1$  共面的棱的条数为 ( )  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
7. 若函数  $y = f(x)$  的导函数在区间  $[a, b]$  上是增函数, 则函数  $y = f(x)$  在区间  $[a, b]$  上的图象可能是 ( )



8. 设函数  $y = f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有定义. 对于给定的正数  $K$ , 定义函数  $f_K(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq K, \\ K, & f(x) > K. \end{cases}$  取函数  $f(x) = 2^{-|x|}$ . 当  $K = \frac{1}{2}$  时, 函数  $f_K(x)$  的单调递增区间为 ( )  
 (A)  $(-\infty, 0)$  (B)  $(0, +\infty)$  (C)  $(-\infty, -1)$  (D)  $(1, +\infty)$

### 二、填空题

9. 某班共 30 人, 其中 15 人喜爱篮球运动, 10 人喜爱乒乓球运动, 8 人对这两项运动都不喜爱, 则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为\_\_\_\_\_.
10. 若  $x > 0$ , 则  $x + \frac{2}{x}$  的最小值为\_\_\_\_\_.
11. 在  $(1 + \sqrt{x})^4$  的展开式中,  $x$  的系数为\_\_\_\_\_. (用数字作答)
12. 一个总体分为  $A, B$  两层, 用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为 10 的样本. 已知  $B$  层中每个个体被抽到的概率都为  $\frac{1}{12}$ , 则总体中的个体数为\_\_\_\_\_.
13. 过双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一个焦点作圆  $x^2 + y^2 = a^2$  的两条切线, 切点分别为  $A, B$ . 若  $\angle AOB = 120^\circ$  ( $O$  是坐标原点), 则双曲线  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.
14. 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $BC = 1, B = 2A$ , 则  $\frac{AC}{\cos A}$  的值等于\_\_\_\_\_,  $AC$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
15. 如图, 两块斜边长相等的直角三角板拼在一起. 若  $\vec{AD} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_,  $y =$ \_\_\_\_\_.

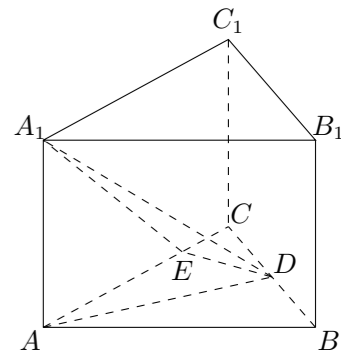


### 三、解答题

16. 已知向量  $\mathbf{a} = (\sin \theta, \cos \theta - 2 \sin \theta), \mathbf{b} = (1, 2)$ .  
 (1) 若  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 求  $\tan \theta$  的值;  
 (2) 若  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|, 0 < \theta < \pi$ , 求  $\theta$  的值.

17. 为拉动经济增长, 某市决定新建一批重点工程, 分别为基础设施工程、民生工程和产业建设工程三类. 这三类工程所含项目的个数分别占总数的  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ . 现在 3 名工人独立地从中任选一个项目参与建设. 求:  
 (1) 他们选择的项目所属类别互不相同的概率;  
 (2) 至少有 1 人选择的项目属于民生工程的概率.

18. 如图, 在正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB = 4, AA_1 = \sqrt{7}$ . 点  $D$  是  $BC$  的中点, 点  $E$  在  $AC$  上, 且  $DE \perp A_1E$ .  
 (1) 证明: 平面  $A_1DE \perp$  平面  $ACC_1A_1$ ;  
 (2) 求直线  $AD$  和平面  $A_1DE$  所成角的正弦值.



19. 已知函数  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$  的导函数的图象关于直线  $x = 2$  对称.
- (1) 求  $b$  的值;
  - (2) 若  $f(x)$  在  $x = t$  处取得极小值, 记此极小值为  $g(t)$ , 求  $g(t)$  的定义域和值域.
20. 已知椭圆  $C$  的中心在原点, 焦点在  $x$  轴上, 以两个焦点和短轴的两个端点为顶点的四边形是一个面积为 8 的正方形 (记为  $Q$ ).
- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
  - (2) 设点  $P$  是椭圆  $C$  的左准线与  $x$  轴的交点, 过点  $P$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $M, N$  两点. 当线段  $MN$  的中点落在正方形  $Q$  内 (包括边界) 时, 求直线  $l$  的斜率的取值范围.
21. 对于数列  $\{u_n\}$ , 若存在常数  $M > 0$ , 对任意的  $n \in \mathbf{N}^*$ , 恒有  $|u_{n+1} - u_n| + |u_n - u_{n-1}| + \cdots + |u_2 - u_1| \leq M$ , 则称数列  $\{u_n\}$  为  $B$ -数列.
- (1) 首项为 1, 公比为  $-\frac{1}{2}$  的等比数列是否为  $B$ -数列? 请说明理由;
  - (2) 设  $S_n$  是数列  $\{x_n\}$  的前  $n$  项和, 给出下列两组论断:  
 A 组: ① 数列  $\{x_n\}$  是  $B$ -数列    ② 数列  $\{x_n\}$  不是  $B$ -数列  
 B 组: ③ 数列  $\{S_n\}$  是  $B$ -数列    ④ 数列  $\{S_n\}$  不是  $B$ -数列  
 请以其中一组中的一个论断为条件, 另一组中的一个论断为结论组成一个命题. 判断所给命题的真假, 并证明你的结论;
  - (3) 若数列  $\{a_n\}$  是  $B$ -数列, 证明: 数列  $\{a_n^2\}$  也是  $B$ -数列.