2009 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

一、选择题

1. 圆心在 y 轴上, 半径为 1, 且过点 $(1,2)$ 的圆的方程为 ( )

   (A) $x^2+(y-2)^2=1$ (B) $x^2+(y+2)^2=1$

   (C) $(x-1)^2+(y-3)^2=1$ (D) $x^2+(y-3)^2=1$

2. 命题"若一个数是负数, 则它的平方是正数"的逆命题是 ( )

   (A) "若一个数是负数, 则它的平方不是正数"

   (B) "若一个数的平方是正数, 则它是负数"

   (C) "若一个数不是负数, 则它的平方不是正数"

   (D) "若一个数的平方不是正数, 则它不是负数"

3. $(x+2)^6$ 的展开式中 x^3 的系数是 ( )

   (A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 160

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$, $\boldsymbol{b}=(2,x)$. 若 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $4\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}$ 平行, 则实数 x 的值是 ( )

   (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

5. 设 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列, $a_1=2$ 且 a_1, a_3, a_6 成等比数列, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$ ( )

   (A) $\dfrac{n^2}{4}+\dfrac{7n}{4}$ (B) $\dfrac{n^2}{3}+\dfrac{5n}{3}$ (C) $\dfrac{n^2}{2}+\dfrac{3n}{4}$ (D) n^2+n

6. 下列关系式中正确的是 ( )

   (A) $\sin 11^\circ<\cos 10^\circ<\sin 168^\circ$ (B) $\sin 168^\circ<\sin 11^\circ<\cos 10^\circ$

   (C) $\sin 11^\circ<\sin 168^\circ<\cos 10^\circ$ (D) $\sin 168^\circ<\cos 10^\circ<\sin 11^\circ$

7. 已知 $a>0$, $b>0$, 则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+2\sqrt{ab}$ 的最小值是 ( )

   (A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 5

8. 12 个篮球队中有 3 个强队, 将这 12 个队任意分成 3 个组 (每组 4 个队), 则 3 个强队恰好被分在同一组的概率为 ( )

   (A) $\dfrac{1}{55}$ (B) $\dfrac{3}{55}$ (C) $\dfrac{1}{4}$ (D) $\dfrac{1}{3}$

9. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 顶点 B_1 到对角线 BD_1 和到平面 A_1BCD_1 的距离分别为 h 和 d, 则下列命题中正确的是 ( )

   (A) 若侧棱的长小于底面的边长, 则 $\dfrac{h}{d}$ 的取值范围为 $(0,1)$

   (B) 若侧棱的长小于底面的边长, 则 $\dfrac{h}{d}$ 的取值范围为 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

   (C) 若侧棱的长大于底面的边长, 则 $\dfrac{h}{d}$ 的取值范围为 $\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\sqrt{2}\right)$

   (D) 若侧棱的长大于底面的边长, 则 $\dfrac{h}{d}$ 的取值范围为 $\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

10. 把函数 $f(x)=x^3-3x$ 的图象 C_1 向右平移 u 个单位长度, 再向下平移 v 个单位长度后得到图象 C_2. 若对任意的 $u>0$, 曲线 C_1 与 C_2 至多只有一个交点, 则 v 的最小值为 ( )

    (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

二、填空题

11. 若 $U=\{n\mid n$ 是小于 9 的正整数$\}$, $A=\{n\in U\mid n$ 是奇数$\}$, $B=\{n\in U\mid n$ 是 3 的倍数$\}$, 则 $\complement_U(A\cup B)=$______.

12. 记 $f(x)=\log_3(x+1)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$, 则方程 $f^{-1}(x)=8$ 的解 $x=$______.

13. 5 个人站成一排, 其中甲、乙两人不相邻的排法有______种. (用数字作答)

14. 从一堆苹果中任取 5 只, 称得它们的质量如下 (单位: 克)

    125 124 121 123 127

    则该样本标准差 $s=$______(克). (用数字作答)

15. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$. 若椭圆上存在一点 P 使 $\dfrac{a}{\sin\angle PF_1F_2}=\dfrac{c}{\sin\angle PF_2F_1}$, 则该椭圆的离心率的取值范围为______.

三、解答题

16. 设函数 $f(x)=(\sin\omega x+\cos\omega x)^2+2\cos^2\omega x$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 $\dfrac{2\pi}{3}$.

    (1) 求 ω 的最小正周期.

    (2) 若函数 $y=g(x)$ 的图象是由 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度得到, 求 $y=g(x)$ 的单调增区间.

17. 某单位为绿化环境, 移栽了甲、乙两种大树各 2 株. 设甲、乙两种大树移栽的成活率分别为 $\dfrac{5}{6}$ 和 $\dfrac{4}{5}$, 且各株大树是否成活互不影响. 求移栽的 4 株大树中:

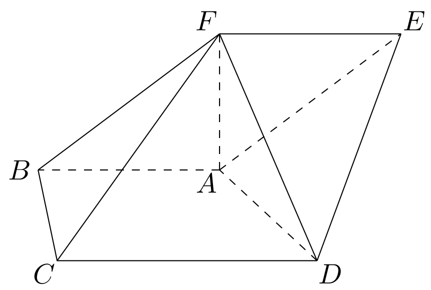
    (1) 至少有 1 株成活的概率;

    (2) 两种大树各成活 1 株的概率.

18. 如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, $AB\parallel DC$, $\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$, $CD=AD=2$, 四边形 $ABFE$ 为平行四边形, $FA\perp$ 平面 $ABCD$, $FC=3$, $ED=\sqrt{7}$. 求:

    (1) 直线 AB 到平面 $EFCD$ 的距离;

    (2) 二面角 $F-AD-E$ 的平面角的正切值.



19. 已知 $f(x)=x^2+bx+c$ 为偶函数, 曲线 $y=f(x)$ 过点 $(2,5)$, $g(x)=(x+a)f(x)$.

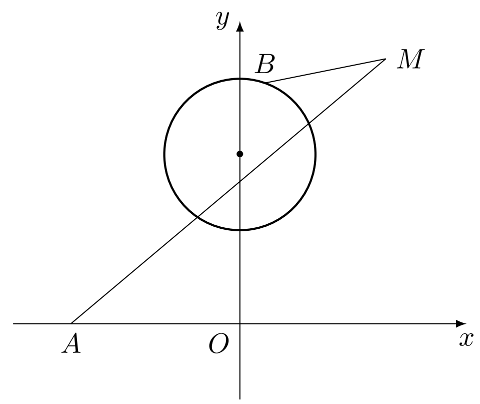
(1) 求曲线 $y=g(x)$ 有斜率为 0 的切线, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若当 $x=-1$ 时函数 $y=g(x)$ 取得极值, 确定 $y=g(x)$ 的单调区间.

20. 已知以原点 O 为中心的双曲线的一条准线方程为 $x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, 离心率 $e=\sqrt{5}$.

(1) 求该双曲线的方程;

(2) 如图, 点 A 的坐标为 $\left(-\sqrt{5},0\right)$, B 是圆 $x^2+\left(y-\sqrt{5}\right)^2=1$ 上的点, 点 M 在双曲线右支上, 求 $|MA|+|MB|$ 的最小值, 并求此时 M 点的坐标.



21. 已知 $a_1=1$, $a_2=4$, $a_{n+2}=4a_{n+1}+a_n$, $b_n=\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求 b_1, b_2, b_3 的值;

(2) 设 $c_n=b_nb_{n+1}$, S_n 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $S_n\geqslant 17n$;

(3) 求证: $|b_{2n}-b_n|<\dfrac{1}{64}\cdot\dfrac{1}{17^{n-2}}$.