2009 普通高等学校招生考试 (陕西卷理)

一、选择题

1. 设不等式 $x^2-x\leqslant 0$ 的解集为 M, 函数 $f(x)=\ln(1-|x|)$ 的定义域为 N, 则 $M\cap N$ 为 ( )

(A) $[0,1)$　(B) $(0,1)$　(C) $[0,1]$　(D) $(-1,0]$

2. 已知 z 是纯虚数, $\dfrac{z+2}{1-\mathrm{i}}$ 是实数, 那么 z 等于 ( )

(A) $2\mathrm{i}$　(B) i　(C) $-\mathrm{i}$　(D) $-2\mathrm{i}$

3. 函数 $f(x)=\sqrt{2x-4}\ (x\geqslant 4)$ 的反函数为 ( )

(A) $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{2}x^2+2\ (x\geqslant 0)$　(B) $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{2}x^2+2\ (x\geqslant 2)$

(C) $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{2}x^2+4\ (x\geqslant 0)$　(D) $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{2}x^2+4\ (x\geqslant 2)$

4. 过原点且倾斜角为 60° 的直线被圆 $x^2+y^2-4y=0$ 所截得的弦长为 ( )

(A) $\sqrt{3}$　(B) 2　(C) $\sqrt{6}$　(D) $2\sqrt{3}$

5. 若 $3\sin\alpha+\cos\alpha=0$, 则 $\dfrac{1}{\cos^2\alpha+\sin 2\alpha}$ 的值为 ( )

(A) $\dfrac{10}{3}$　(B) $\dfrac{5}{3}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) -2

6. 若 $(1-2x)^{2009}=a_0+a_1x+\cdots+a_{2009}x^{2009}\ (x\in\mathbf{R})$, 则 $\dfrac{a_1}{2}+\dfrac{a_2}{2^2}+\cdots+\dfrac{a_{2009}}{2^{2009}}$ 的值为 ( )

(A) 2　(B) 0　(C) -1　(D) -2

7. “$m>n>0$”是“方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆”的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

8. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, $AM=1$, 点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$, 则 $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$ 等于 ( )

(A) $-\dfrac{4}{9}$　(B) $-\dfrac{4}{3}$　(C) $\dfrac{4}{3}$　(D) $\dfrac{4}{9}$

9. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 这六个数字中任取两个奇数和两个偶数, 组成没有重复数字的四位数的个数为 ( )

(A) 300　(B) 216　(C) 180　(D) 162

10. 若正方体的棱长为 $\sqrt{2}$, 则以该正方体各个面的中心为顶点的凸多面体的体积为 ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $\dfrac{2}{3}$

11. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 1,\\ x-y\geqslant -1,\\ 2x-y\leqslant 2,\end{cases}$ 目标函数 $z=ax+2y$ 仅在点 $(1,0)$ 处取得最小值, 则 a 的取值范围是 ( )

(A) $(-1,2)$　(B) $(-4,2)$　(C) $(-4,0]$　(D) $(-2,4)$

12. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 x_1, $x_2\in(-\infty,0]\ (x_1\neq x_2)$, 有 $(x_2-x_1)(f(x_2)-f(x_1))>0$. 则当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时, 有 ( )

(A) $f(-n)<f(n-1)<f(n+1)$　(B) $f(n-1)<f(-n)<f(n+1)$

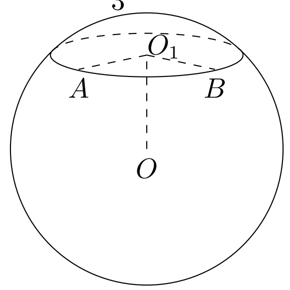
(C) $f(n+1)<f(-n)<f(n-1)$　(D) $f(n+1)<f(n-1)<f(-n)$

二、填空题

13. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $a_6=S_3=12$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{n^2}=$______.

14. 某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组, 每名同学至多参加两个小组, 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26, 15, 13, 同时参加数学和物理小组的有 6 人, 同时参加物理和化学小组的有 4 人, 则同时参加数学和化学小组的有______人.

15. 如图球 O 的半径为 2, 圆 O_1 是一小圆, $O_1O=\sqrt{2}$, A, B 是圆 O_1 上两点. 若 A, B 两点间的球面距离为 $\dfrac{2\pi}{3}$, 则 $\angle AO_1B=$______.



16. 设曲线 $y=x^{n+1}\ (n\in\mathbf{N}^*)$ 在点 $(1,1)$ 处的切线与 x 轴的交点的横坐标为 x_n, 令 $a_n=\lg x_n$, 则 $a_1+a_2+\cdots+a_{99}$ 的值为______.

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$, $x\in\mathbf{R}$ (其中 $A>0$, $\omega>0$, $0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$) 的图象与 x 轴的交点中, 相邻两个交点之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$, 且图象上一个最低点为 $M\left(\dfrac{2\pi}{3},-2\right)$.

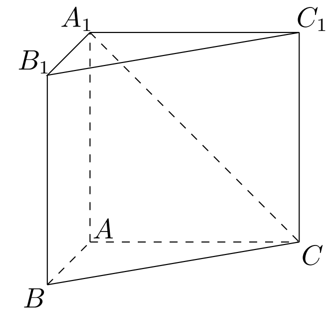
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{2}\right]$, 求 $f(x)$ 的值域.

18. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=1$, $AC=AA_1=\sqrt{3}$, $\angle ABC=60^\circ$.

(1) 证明: $AB\perp A_1C$;

(2) 求二面角 $A-A_1C-B$ 的大小.



19. 某食品企业一个月内被消费者投诉的次数用 ξ 表示, 据统计, 随机变量 ξ 的概率分布如下:

ξ	0	1	2	3
p	0.1	0.3	$2a$	a

(1) 求 a 的值和 ξ 的数学期望;

(2) 假设一月份与二月份被消费者投诉的次数互不影响, 求该企业在这两个月内共被消费者投诉 2 次的概率.

20. 已知函数 $f(x)=\ln(ax+1)+\dfrac{1-x}{1+x}$, $x\geqslant 0$, 其中 $a>0$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值, 求 a 的值;

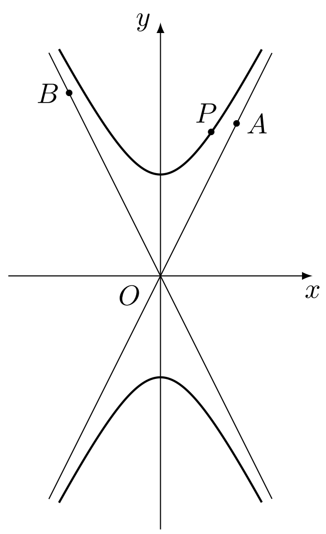
(2) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若 $f(x)$ 的最小值为 1, 求 a 的取值范围.

21. 已知双曲线 C 的方程为 $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$, 离心率 $e=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$, 顶点到渐近线的距离为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 如图, P 是双曲线 C 上一点, A, B 两点在双曲线 C 的两条渐近线上, 且分别位于第一、二象限, 若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$, $\lambda\in\left[\dfrac{1}{3},2\right]$, 求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围.



22. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1=\dfrac{1}{2}$, $x_{n+1}=\dfrac{1}{1+x_n}$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 猜想数列 $\{x_n\}$ 的单调性, 并证明你的结论;

(2) 证明: $|x_{n+1}-x_n|\leqslant\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$.