

## 2010 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 理)

### 一、选择题

1. 复数  $\frac{3+2i}{2-3i} =$  ( )  
 (A)  $i$  (B)  $-i$  (C)  $12-13i$  (D)  $12+13i$
2. 记  $\cos(-80^\circ) = k$ , 那么  $\tan 100^\circ =$  ( )  
 (A)  $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$  (B)  $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$  (C)  $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$  (D)  $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$
3. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq 1, \\ x+y \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \end{cases}$  则  $z = x-2y$  的最大值为 ( )  
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
4. 已知各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$ ,  $a_1 a_2 a_3 = 5$ ,  $a_7 a_8 a_9 = 10$ , 则  $a_4 a_5 a_6 =$  ( )  
 (A)  $5\sqrt{2}$  (B) 7 (C) 6 (D)  $4\sqrt{2}$
5.  $(1+2\sqrt{x})^3(1-\sqrt[3]{x})^5$  的展开式中  $x$  的系数是 ( )  
 (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4
6. 某校开设 A 类选修课 3 门, B 类选修课 4 门, 一位同学从中共选 3 门. 若要求两类课程中各至少选一门, 则不同的选法共有 ( )  
 (A) 30 种 (B) 35 种 (C) 42 种 (D) 48 种
7. 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $BB_1$  与平面  $ACD_1$  所成角的余弦值为 ( )  
 (A)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$
8. 设  $a = \log_3 2$ ,  $b = \ln 2$ ,  $c = 5^{-\frac{1}{2}}$ , 则 ( )  
 (A)  $a < b < c$  (B)  $b < c < a$  (C)  $c < a < b$  (D)  $c < b < a$
9. 已知  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: x^2 - y^2 = 1$  的左、右焦点, 点  $P$  在  $C$  上,  $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$ , 则  $P$  到  $x$  轴的距离为 ( )  
 (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $\sqrt{6}$
10. 已知函数  $f(x) = |\lg x|$ , 若  $0 < a < b$ , 且  $f(a) = f(b)$ , 则  $a+2b$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(2\sqrt{2}, +\infty)$  (B)  $[2\sqrt{2}, +\infty)$  (C)  $(3, +\infty)$  (D)  $[3, +\infty)$
11. 已知圆  $O$  的半径为 1,  $PA, PB$  为该圆的两条切线,  $A, B$  为两切点, 那么  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  的最小值为 ( )  
 (A)  $-4 + \sqrt{2}$  (B)  $-3 + \sqrt{2}$  (C)  $-4 + 2\sqrt{2}$  (D)  $-3 + 2\sqrt{2}$

12. 已知在半径为 2 的球面上有  $A, B, C, D$  四点, 若  $AB = CD = 2$ , 则四面体  $ABCD$  的体积的最大值为 ( )  
 (A)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (C)  $2\sqrt{3}$  (D)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

### 二、填空题

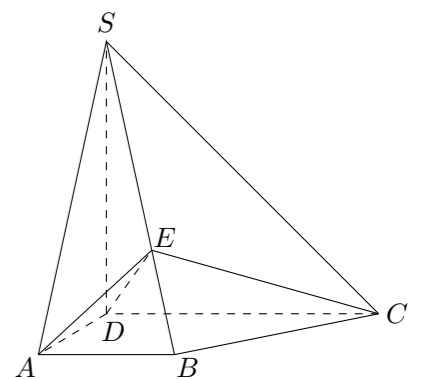
13. 不等式  $\sqrt{2x^2+1} - x \leq 1$  的解集是\_\_\_\_\_.
14. 已知  $\alpha$  为第三象限的角,  $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ , 则  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) =$ \_\_\_\_\_.
15. 直线  $y = 1$  与曲线  $y = x^2 - |x| + a$  有四个交点, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
16. 已知  $F$  是椭圆  $C$  的一个焦点,  $B$  是短轴的一个端点, 线段  $BF$  的延长线交  $C$  于点  $D$ , 且  $\vec{BF} = 2\vec{FD}$ , 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B$  及其对边  $a, b$  满足  $a+b = a \cot A + b \cot B$ , 求内角  $C$ .

18. 投到某杂志的稿件, 先由两位初审专家进行评审. 若能通过两位初审专家的评审, 则予以录用; 若两位初审专家都未予通过, 则不予录用; 若恰能通过一位初审专家的评审, 则再由第三位专家进行复审, 若能通过复审专家的评审, 则予以录用, 否则不予录用. 设稿件能通过各初审专家评审的概率均为 0.5, 复审的稿件能通过评审的概率为 0.3. 各专家独立评审.  
 (1) 求投到该杂志的 1 篇稿件被录用的概率;  
 (2) 记  $X$  表示投到该杂志的 4 篇稿件中被录用的篇数, 求  $X$  的分布列及期望.

19. 如图, 四棱锥  $S-ABCD$  中,  $SD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB \parallel DC$ ,  $AD \perp DC$ ,  $AB = AD = 1$ ,  $DC = SD = 2$ ,  $E$  为棱  $SB$  上的一点, 平面  $EDC \perp$  平面  $SBC$ .  
 (1) 证明:  $SE = 2EB$ ;  
 (2) 求二面角  $A-DE-C$  的大小.



20. 已知函数  $f(x) = (x+1)\ln x - x + 1$ .

(1) 若  $xf'(x) \leq x^2 + ax + 1$ , 求  $a$  的取值范围;

(2) 证明:  $(x-1)f(x) \geq 0$ .

21. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过点  $K(-1, 0)$  的直线  $l$  与  $C$  相交于  $A, B$  两点, 点  $A$  关于  $x$  轴的对称点为  $D$ .

(1) 证明: 点  $F$  在直线  $BD$  上;

(2) 设  $\vec{FA} \cdot \vec{FB} = \frac{8}{9}$ , 求  $\triangle BDK$  的内切圆  $M$  的方程.

22. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_{n+1} = c - \frac{1}{a_n}$ .

(1) 设  $c = \frac{5}{2}, b_n = \frac{1}{a_n - 2}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;

(2) 求使不等式  $a_n < a_{n+1} < 3$  成立的  $c$  的取值范围.