2010 普通高等学校招生考试 (大纲卷 II 文)

一、选择题

1. 设全集 $U=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x<6\}$, 集合 $A=\{1,\ 3\}$, $B=\{3,\ 5\}$, 则 $\complement_U(A\cup B)=$ ( )

(A) $\{1,\ 4\}$ (B) $\{1,\ 5\}$ (C) $\{2,\ 4\}$ (D) $\{2,\ 5\}$

2. 不等式 $\dfrac{x-3}{x+2}<0$ 的解集为 ( )

(A) $\{x\mid -2<x<3\}$ (B) $\{x\mid x<-2\}$

(C) $\{x\mid x<-2$ 或 $x>3\}$ (D) $\{x\mid x>3\}$

3. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$, 则 $\cos(\pi-2\alpha)=$ ( )

(A) $-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (B) $-\dfrac{1}{9}$ (C) $\dfrac{1}{9}$ (D) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

4. 函数 $y=1+\ln(x-1)\ (x>1)$ 的反函数是 ( )

(A) $y=\mathrm{e}^{x+1}-1\ (x>0)$ (B) $y=\mathrm{e}^{x-1}+1\ (x>0)$

(C) $y=\mathrm{e}^{x+1}-1\ (x\in\mathbf{R})$ (D) $y=\mathrm{e}^{x-1}+1\ (x\in\mathbf{R})$

5. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geqslant -1,\\ y\geqslant x,\\ 3x+2y\leqslant 5,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值为 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

6. 如果等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3+a_4+a_5=12$, 那么 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$ ( )

(A) 14 (B) 21 (C) 28 (D) 35

7. 若曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点 $(0,b)$ 处的切线方程是 $x-y+1=0$, 则 ( )

(A) $a=1, b=1$ (B) $a=-1, b=1$

(C) $a=1, b=-1$ (D) $a=-1, b=-1$

8. 在三棱锥 $S-ABC$ 中, 底面 ABC 为边长等于 2 的等边三角形, SA 垂直于底面 ABC, $SA=3$, 那么直线 AB 与平面 SBC 所成角的正弦值为 ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\dfrac{3}{4}$

9. 将标号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的 6 张卡片放入 3 个不同的信封中, 若每个信封放 2 张, 其中标号为 1, 2 的卡片放入同一信封, 则不同的放法共有 ( )

(A) 12 种 (B) 18 种 (C) 36 种 (D) 54 种

10. $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, CD 平分 $\angle ACB$. 若 $\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$, $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 则 $\overrightarrow{CD}=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{a}+\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$ (B) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}$ (C) $\dfrac{3}{5}\boldsymbol{a}+\dfrac{4}{5}\boldsymbol{b}$ (D) $\dfrac{4}{5}\boldsymbol{a}+\dfrac{3}{5}\boldsymbol{b}$

11. 与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距离相等的点 ( )

(A) 有且只有 1 个 (B) 有且只有 2 个

(C) 有且只有 3 个 (D) 有无数个

12. 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 过右焦点 F 且斜率为 $k\ (k>0)$ 的直线与 C 相交于 A、B 两点. 若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$, 则 $k=$ ( )

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

二、填空题

13. 已知 α 是第二象限的角, $\tan\alpha=-\dfrac{1}{2}$, 则 $\cos\alpha=$______.

14. $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^9$ 的展开式中 x^3 的系数是______.

15. 已知抛物线 C: $y^2=2px\ (p>0)$ 的准线为 l, 过 $M(1,0)$ 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与 l 相交于点 A, 与 C 的一个交点为 B. 若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$, 则 $p=$______.

16. 已知球 O 的半径为 4, 圆 M 与圆 N 为该球的两个小圆, AB 为圆 M 与圆 N 的公共弦, $AB=4$. 若 $OM=ON=3$, 则两圆圆心的距离 $MN=$______.

三、解答题

17. $\triangle ABC$ 中, D 为边 BC 上的一点, $BD=33$, $\sin B=\dfrac{5}{13}$, $\cos\angle ADC=\dfrac{3}{5}$, 求 AD.

18. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $a_1+a_2=2\left(\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}\right)$, $a_3+a_4+a_5=64\left(\dfrac{1}{a_3}+\dfrac{1}{a_4}+\dfrac{1}{a_5}\right)$.

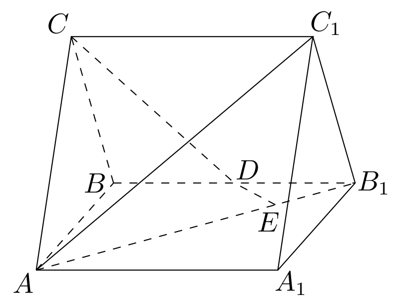
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\left(a_n+\dfrac{1}{a_n}\right)^2$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. 如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC$, $AA_1=AB$, D 为 BB_1 的中点, E 为 AB_1 上的一点, $AE=3EB_1$.

(1) 证明: DE 为异面直线 AB_1 与 CD 的公垂线;

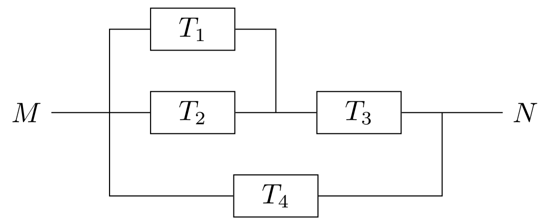
(2) 设异面直线 AB_1 与 CD 的夹角为 45°, 求二面角 $A_1-AC_1-B_1$ 的大小.



20. 如图, 由 M 到 N 的电路中有 4 个组件, 分别标为 T_1, T_2, T_3, T_4, 电流能通过 T_1, T_2, T_3 的概率都是 p, 电流能通过 T_4 的概率是 0.9. 电流能否通过各组件相互独立. 已知 T_1, T_2, T_3 中至少有一个能通过电流的概率为 0.999.

(1) 求 p;

(2) 求电流能在 M 与 N 之间通过的概率.



21. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3x + 1$.

(1) 设 $a = 2$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $f(x)$ 在区间 $(2,3)$ 中至少有一个极值点, 求 a 的取值范围.

22. 已知斜率为 1 的直线 l 与双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > 0,\ b > 0)$ 相交于 B、D 两点, 且 BD 的中点为 $M(1,3)$.

(1) 求 C 的离心率;

(2) 设 C 的右顶点为 A, 右焦点为 F, $|DF| \cdot |BF| = 17$, 证明: 过 A、B、D 三点的圆与 x 轴相切.