2010 普通高等学校招生考试 (山东卷文)

一、选择题

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $M=\{x \mid x^2-4\leqslant 0\}$, 则 $\complement_U M=$ ( )

   (A) $\{x \mid -2<x<2\}$ (B) $\{x \mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$

   (C) $\{x \mid x<-2$ 或 $x>2\}$ (D) $\{x \mid x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 2\}$

2. 已知 $\dfrac{a+2\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=b+\mathrm{i}\ (a,\ b\in\mathbf{R})$, 其中 i 为虚数单位, 则 $a+b=$ ( )

   (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 函数 $f(x)=\log_2(3^x+1)$ 的值域为 ( )

   (A) $(0,+\infty)$ (B) $[0,+\infty)$ (C) $(1,+\infty)$ (D) $[1,+\infty)$

4. 在空间, 下列命题正确的是 ( )

   (A) 平行直线的平行投影重合 (B) 平行于同一直线的两个平面平行

   (C) 垂直于同一平面的两个平面平行 (D) 垂直于同一平面的两条直线平行

5. 设 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x\geqslant 0$ 时, $f(x)=2^x+2x+b$ (b 为常数), 则 $f(-1)=$ ( )

   (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

6. 在某项体育比赛中, 七位裁判为一选手打出的分数如下: 90, 89, 90, 95, 93, 94, 93. 去掉一个最高分和一个最低分后, 所剩数据的平均分值为和方差分别为 ( )

   (A) 92, 2 (B) 92, 2.8 (C) 93, 2 (D) 93, 2.8

7. 设 $\{a_n\}$ 是首项大于零的等比数列, 则"$a_1<a_2$"是"数列 $\{a_n\}$ 是递增数列"的 ( )

   (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

   (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 已知某生产厂家的年利润 y (单位: 万元) 与年产量 x (单位: 万件) 的函数关系式为 $y=-\dfrac{1}{3}x^3+81x-234$, 则使该生产厂家获得最大年利润的年产量为 ( )

   (A) 13 万件 (B) 11 万件 (C) 9 万件 (D) 7 万件

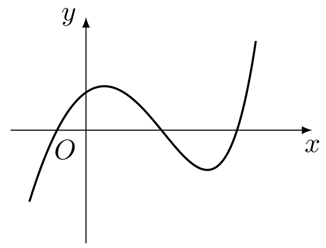
9. 已知抛物线 $y^2=2px\ (p>0)$, 过其焦点且斜率为 1 的直线交抛物线于 A、B 两点, 若线段 AB 的中点的纵坐标为 2, 则该抛物线的准线方程为 ( )

   (A) $x=1$ (B) $x=-1$ (C) $x=2$ (D) $x=-2$

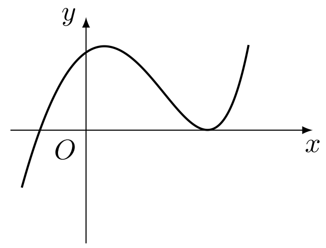
10. 观察 $(x^2)'=2x$, $(x^4)'=4x^3$, $(\cos x)'=-\sin x$, 由归纳推理可得: 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=f(x)$, 记 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $g(-x)=$ ( )

    (A) $f(x)$ (B) $-f(x)$ (C) $g(x)$ (D) $-g(x)$

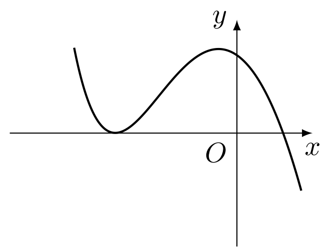
11. 函数 $y=2^x-x^2$ 的图象大致是 ( )

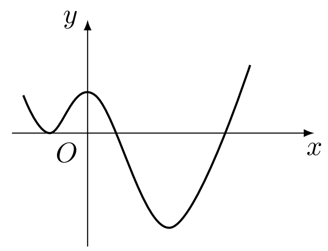
    (A)

    (B)

    (C)

    (D)

12. 定义平面向量之间的一种运算"$\odot$"如下: 对任意的 $\boldsymbol{a}=(m,n)$, $\boldsymbol{b}=(p,q)$. 令 $\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b}=mq-np$. 下面说法错误的是 ( )

    (A) 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线, 则 $\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b}=0$

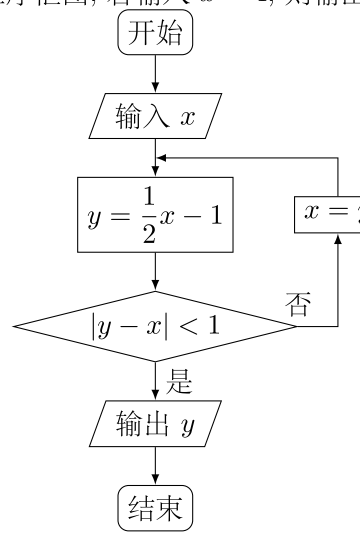
    (B) $\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\odot\boldsymbol{a}$

    (C) 对任意的 $\lambda\in\mathbf{R}$, 有 $(\lambda\boldsymbol{a})\odot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b})$

    (D) $(\boldsymbol{a}\odot\boldsymbol{b})^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2$

二、填空题

13. 执行如图所示的程序框图, 若输入 $x=4$, 则输出 y 的值为______.

14. 已知 $x, y\in\mathbf{R}_+$, 且满足 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1$, 则 xy 的最大值为______.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 若 $a=\sqrt{2}$, $b=2$, $\sin B+\cos B=\sqrt{2}$, 则角 A 的大小为______.

16. 已知圆 C 过点 $(1,0)$, 且圆心在 x 轴的正半轴上, 直线 l: $y=x-1$ 被圆 C 所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$, 则过圆心且与直线 l 垂直的直线的方程为______.

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\sin(\pi-\omega x)\cos\omega x+\cos^2\omega x\ (\omega>0)$ 的最小正周期为 π.

    (1) 求 ω 的值;

    (2) 将函数 $y=f(x)$ 的图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$, 纵坐标不变, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象, 求函数 $y=g(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{16}\right]$ 上的最小值.

18. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_3=7$, $a_5+a_7=26$. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n.

    (1) 求 a_n 及 S_n;

    (2) 令 $b_n=\dfrac{1}{a_n^2-1}\ (n\in\mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. 一个袋中装有四个形状大小完全相同的球, 球的编号分别为 1, 2, 3, 4.

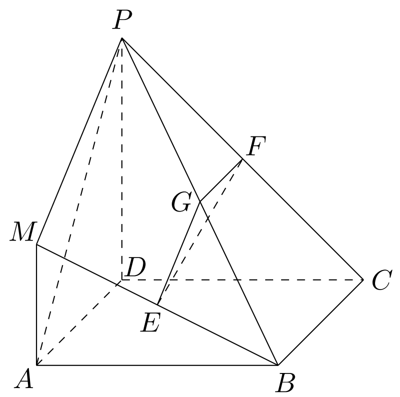
(1) 从袋中随机取两个球, 求取出的球的编号之和不大于 4 的概率;

(2) 先从袋中随机取一个球, 该球的编号为 m, 将球放回袋中, 然后再从袋中随机取一个球, 该球的编号为 n, 求 $n<m+2$ 的概率.

20. 在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $MA\perp$ 平面 $ABCD$, $PD\parallel MA$, E, G, F 分别为 MB, PB, PC 的中点, 且 $AD=PD=2MA$.

(1) 求证: 平面 $EFG\perp$ 平面 PDC;

(2) 求三棱锥 $P-MAB$ 与四棱锥 $P-ABCD$ 的体积之比.



21. 已知函数 $f(x)=\ln x-ax+\dfrac{1-a}{x}-1\ (a\in\mathbf{R})$.

(1) 当 $a=-1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程;

(2) 当 $a\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

22. 如图, 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 过点 $\left(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, 离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 左、右焦点分别为 F_1、F_2. 点 P 为直线 l: $x+y=2$ 上且不在 x 轴上的任意一点, 直线 PF_1 和 PF_2 与椭圆的交点分别为 A、B 和 C、D, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 设直线 PF_1、PF_2 的斜线分别为 k_1、k_2.

① 证明: $\dfrac{1}{k_1}-\dfrac{3}{k_2}=2$;

② 问直线 l 上是否存在点 P, 使得直线 OA、OB、OC、OD 的斜率 k_{OA}、k_{OB}、k_{OC}、k_{OD} 满足 $k_{OA}+k_{OB}+k_{OC}+k_{OD}=0$? 若存在, 求出所有满足条件的点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.