2010 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

一、选择题

1. 若集合 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{1,\ 2,\ 4\}$, 则集合 $A\cup B=$ ( )

(A) $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$(B) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ (C) $\{1,\ 2\}$ (D) $\{0\}$

2. 函数 $f(x)=\lg(x-1)$ 的定义域是 ( )

(A) $(2,+\infty)$ (B) $(1,+\infty)$ (C) $[1,+\infty)$ (D) $[2,+\infty)$

3. 若函数 $f(x)=3^x+3^{-x}$ 与 $g(x)=3^x-3^{-x}$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, 则 ( )

(A) $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数 (B) $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数

(C) $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数 (D) $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 是它的前 n 项和, 若 $a_2\cdot a_3=2a_1$, 且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\dfrac{5}{4}$, 则 $S_5=$ ( )

(A) 35 (B) 33 (C) 31 (D) 29

5. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$, $\boldsymbol{b}=(2,5)$, $\boldsymbol{c}=(3,x)$ 满足条件 $(8\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=30$, 则 x= ( )

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

6. 若圆心在 x 轴上、半径为 $\sqrt{5}$ 的圆 O 位于 y 轴左侧, 且与直线 $x+2y=0$ 相切, 则圆 O 的方程是 ( )

(A) $\left(x-\sqrt{5}\right)^2+y^2=5$ (B) $\left(x+\sqrt{5}\right)^2+y^2=5$

(C) $(x-5)^2+y^2=5$ (D) $(x+5)^2+y^2=5$

7. 若一个椭圆长轴的长度、短轴的长度和焦距成等差数列, 则该椭圆的离心率是 ( )

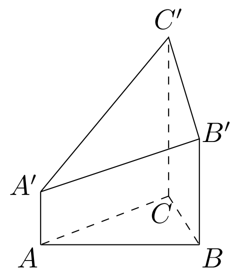
(A) $\dfrac{4}{5}$ (B) $\dfrac{3}{5}$ (C) $\dfrac{2}{5}$ (D) $\dfrac{1}{5}$

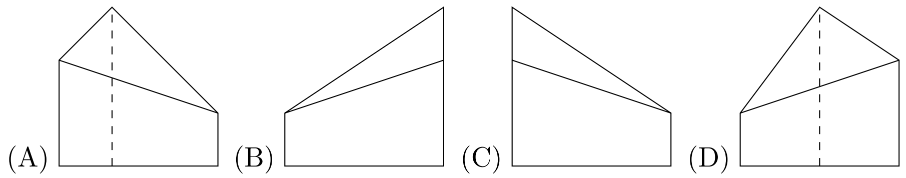
8. “$x>0$”是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”的 ( )

(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件

(C) 非充分非必要条件 (D) 充要条件

9. 如图, $\triangle ABC$ 为正三角形, $AA'\parallel BB'\parallel CC'$, $CC'\perp$ 平面 ABC, 且 $3AA'=\dfrac{3}{2}BB'=CC'=AB$, 则多面体 $ABC-A'B'C'$ 的正视图 (也称主视图) 是 ( )





10. 在集合 $\{a,\ b,\ c,\ d\}$ 上定义两种运算 $\oplus$ 和 $\otimes$ 如下:

$\oplus$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

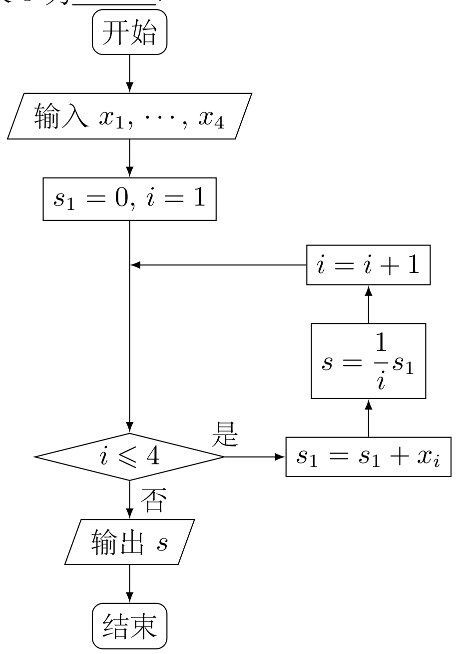
$\otimes$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	c	a
d	a	d	a	d

那么 $d\otimes(a\oplus c)=$ ( )

(A) a (B) b (C) c (D) d

二、填空题

11. 某城市缺水问题比较突出, 为了制定节水管理办法, 对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查, 其中 4 位居民的月均用水量分别为 $x_1,\cdots,x_4$ (单位: 吨). 根据如图所示的程序框图, 若 x_1, x_2, x_3, x_4 分别为 1, 1.5, 1.5, 2, 则输出的结果 s 为______.



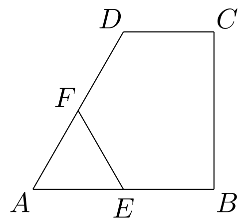
12. 某市居民 2005 – 2009 年家庭年平均收入 x (单位: 万元) 与年平均支出 Y (单位: 万元) 的统计资料如下表所示:

年份	2005	2006	2007	2008	2009
收入 x	11.5	12.1	13	13.3	15
支出 Y	6.8	8.8	9.8	10	12

根据统计资料, 居民家庭年平均收入的中位数是______, 家庭年平均收入与年平均支出有______(填“正”或“负”) 线性相关关系.

13. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边. 若 $a=1$, $b=\sqrt{3}$, $A+C=2B$, 则 $\sin A=$______.

14. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $DC\parallel AB$, $CB\perp AB$, $AB=AD=a$, $CD=\dfrac{a}{2}$, 点 E, F 分别为线段 AB, AD 的中点, 则 $EF=$______.



15. 在极坐标系 (ρ,θ) $(0\leqslant\theta<2\pi)$ 中, 曲线 $\rho(\cos\theta+\sin\theta)=1$ 与 $\rho(\sin\theta-\cos\theta)=1$ 的交点的极坐标为______.

三、解答题

16. 设函数 $f(x)=3\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$, $\omega>0$, $x\in(-\infty,+\infty)$, 且以 $\dfrac{\pi}{2}$ 为最小正周期.

(1) 求 $f(0)$;

(2) 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 已知 $f\left(\dfrac{\alpha}{4}+\dfrac{\pi}{12}\right)=\dfrac{9}{5}$, 求 $\sin\alpha$ 的值.

17. 某电视台在一次对收看文艺节目和新闻节目观众的抽样调查中, 随机抽取了 100 名电视观众, 相关的数据如下表所示:

	文艺节目	新闻节目	总计
20 到 40 岁	40	18	58
大于 40 岁	15	27	42
总计	55	45	100

(1) 由表中数据直观分析, 收看新闻节目的观众是否与年龄有关?

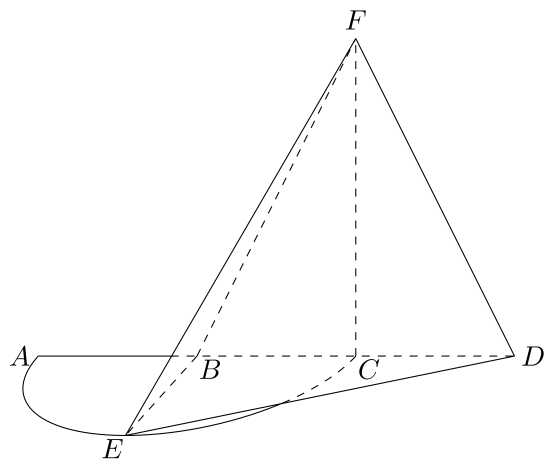
(2) 用分层抽样方法在收看新闻节目的观众中随机抽取 5 名, 大于 40 岁的观众应该抽取几名?

(3) 在上述抽取的 5 名观众中任取 2 名, 求恰有 1 名观众的年龄为 20 至 40 岁的概率.

18. 如图, $\widehat{AEC}$ 是半径为 a 的半圆, AC 为直径, 点 E 为 $\widehat{AC}$ 的中点, 点 B 和点 C 为线段 AD 的三等分点, 平面 AEC 外一点 F 满足 $FC\perp$ 平面 BED, $FB=\sqrt{5}a$. .

(1) 证明: $EB\perp FD$;

(2) 求点 B 到平面 FED 的距离.



19. 某营养师要为某个儿童预定午餐和晚餐. 已知一个单位的午餐含 12 个单位的碳水化合物, 6 个单位的蛋白质和 6 个单位的维生素 C; 一个单位的晚餐含 8 个单位的碳水化合物, 6 个单位的蛋白质和 10 个单位的维生素 C. 另外, 该儿童这两餐需要的营养中至少含 64 个单位的碳水化合物, 42 个单位的蛋白质和 54 个单位的维生素 C. 如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是 2.5 元和 4 元, 那么要满足上述的营养要求, 并且花费最少, 应当为该儿童分别预订多少个单位的午餐和晚餐?

20. 已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x 均有 $f(x)=kf(x+2)$, 其中常数 k 为负数, 且 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上有表达式 $f(x)=x(x-2)$.

(1) 求 $f(-1)$, $f(2.5)$ 的值;

(2) 写出 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的表达式, 并讨论函数 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的单调性;

(3) 求出 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的最小值与最大值, 并求出相应的自变量的取值.

21. 已知曲线 C_n: $y=nx^2$, 点 $P_n(x_n,y_n)$ $(x_n>0,\ y_n>0)$ 是曲线 C_n 上的点 $(n=1,\ 2,\ \cdots)$.

(1) 试写出曲线 C_n 在点 P_n 处的切线 l_n 的方程, 并求出 l_n 与 y 轴的交点 Q_n 的坐标;

(2) 若原点 $O(0,0)$ 到 l_n 的距离与线段 P_nQ_n 的长度之比取得最大值, 试求点 P_n 的坐标 (x_n,y_n);

(3) 设 m 与 k 为两个给定的不同的正整数, x_n 与 y_n 是满足 (2) 中条件的点 P_n 的坐标, 证明: $\sum\limits_{n=1}^{s}\left|\sqrt{\dfrac{(m+1)x_n}{2}}-\sqrt{(k+1)y_n}\right|<\left|\sqrt{ms}-\sqrt{ks}\right|$ $(s=1,\ 2,\ \cdots)$.