

2010 普通高等学校招生考试 (湖北卷文)

一、选择题

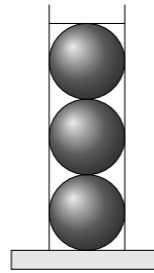
1. 设集合 $M = \{1, 2, 4, 8\}$, $N = \{x \mid x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $\{2, 4\}$ (B) $\{1, 2, 4\}$ (C) $\{2, 4, 8\}$ (D) $\{1, 2, 4, 8\}$
2. 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in \mathbf{R}$ 的最小正周期为 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f\left(f\left(\frac{1}{9}\right)\right) =$ ()
 (A) 4 (B) $\frac{1}{4}$ (C) -4 (D) $-\frac{1}{4}$
4. 用 a, b, c 表示三条不同的直线, γ 表示平面, 给出下列命题:
 ① 若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$;
 ② 若 $a \perp b, b \perp c$, 则 $a \perp c$;
 ③ 若 $a \parallel \gamma, b \parallel \gamma$, 则 $a \parallel b$;
 ④ 若 $a \perp \gamma, b \perp \gamma$, 则 $a \parallel b$.
 正确的有 ()
 (A) ①② (B) ②③ (C) ①④ (D) ③④
5. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$ 的定义域为 ()
 (A) $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$ (B) $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$
 (C) $(1, +\infty)$ (D) $\left(\frac{3}{4}, 1\right) \cup (1, +\infty)$
6. 现有 6 名同学去听同时进行的 5 个课外知识讲座, 每名同学可自由选择其中的一个讲座, 不同选法的种数是 ()
 (A) 5^6 (B) 6^5
 (C) $\frac{5 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2}$ (D) $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$
7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, 各项都是正数, 且 $a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$ 成等差数列, 则 $\frac{a_9 + a_{10}}{a_7 + a_8} =$ ()
 (A) $1 + \sqrt{2}$ (B) $1 - \sqrt{2}$ (C) $3 + 2\sqrt{2}$ (D) $3 - 2\sqrt{2}$
8. 已知 $\triangle ABC$ 和点 M 满足 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$. 若存在实数 m 使得 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{AM}$ 成立, 则 $m =$ ()
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
9. 若直线 $y = x + b$ 与曲线 $y = 3 - \sqrt{4x - x^2}$ 有公共点, 则 b 的取值范围是 ()
 (A) $[1 - 2\sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2}]$ (B) $[1 - \sqrt{2}, 3]$
 (C) $[-1, 1 + 2\sqrt{2}]$ (D) $[1 - 2\sqrt{2}, 3]$

10. 记实数 x_1, x_2, \dots, x_n 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 已知 $\triangle ABC$ 的三边边长为 a, b, c ($a \leq b \leq c$), 定义它的倾斜度为 $t = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot \min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$, 则“ $t = 1$ ”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的 ()

- (A) 必要而不充分的条件 (B) 充分而不必要的条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件

二、填空题

11. 在 $(1 - x^2)^{10}$ 的展开中, x^4 的系数为_____.
12. 已知 $z = 2x - y$, 式中变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x, \\ x + y \geq 1, \\ x \leq 2, \end{cases}$ 则 z 的最大值为_____.
13. 一个病人服用某种新药后被治愈的概率为 0.9. 则服用这种新药的 4 个病人中至少 3 人被治愈的概率为_____. (用数字作答)
14. 圆柱形容器内部盛有高度为 8 cm 的水, 若放入三个相同的球 (球的半径与圆柱的底面半径相同) 后, 水恰好淹没最上面的球 (如图所示), 则球的半径是_____ cm.

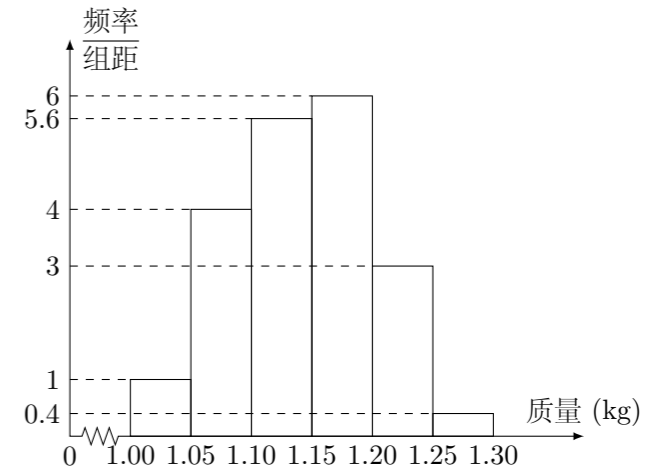


15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的两焦点为 F_1, F_2 , 点 $P(x_0, y_0)$ 满足 $0 < \frac{x_0^2}{2} + y_0^2 < 1$, 则 $|PF_1| + |PF_2|$ 的取值范围为_____, 直线 $\frac{x_0 x}{2} + y_0 y = 1$ 与椭圆 C 的公共点个数为_____.

三、解答题

16. 已知函数 $f(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2}$, $g(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4}$.
 (1) 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $g(x)$ 的图象经过怎样变化得出?
 (2) 求函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 的最小值, 并求使用 $h(x)$ 取得最小值的 x 的集合.

17. 为了了解一个小水库中养殖的鱼的有关情况, 从这个水库中多个不同位置捕捞出 100 条鱼, 称得每条鱼的质量 (单位: 千克), 并将所得数据分组, 画出频率分布直方图 (如图所示).

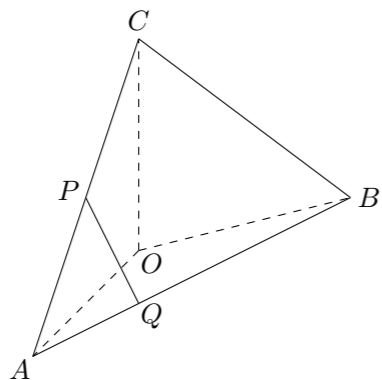


- (1) 在下面表格中填写相应的频率;

分组	频率
[1.00, 1.05)	
[1.05, 1.10)	
[1.10, 1.15)	
[1.15, 1.20)	
[1.20, 1.25)	
[1.25, 1.30)	

- (2) 估计数据落在 $[1.15, 1.30)$ 中的概率为多少;
 (3) 将上面捕捞的 100 条鱼分别作一记号后再放回水库, 几天后再从水库的多处不同位置捕捞出 120 条鱼, 其中带有记号的鱼有 6 条, 请根据这一情况来估计该水库中鱼的总条数.

18. 如图, 在四面体 $ABOC$ 中, $OC \perp OA$, $OC \perp OB$, $\angle AOB = 120^\circ$, 且 $OA = OB = OC = 1$.
- (1) 设 P 为 AC 的中点, Q 在 AB 上且 $AB = 3AQ$, 证明: $PQ \perp OA$;
 - (2) 求二面角 $O-AC-B$ 的平面角的余弦值.



20. 已知一条曲线 C 在 y 轴的右边, C 上每一点到点 $F(1, 0)$ 的距离减去它到 y 轴距离的差都是 1.
- (1) 求曲线 C 的方程;
 - (2) 是否存在正数 m , 对于过点 $M(m, 0)$ 且与曲线 C 有两个交点 A, B 的任一直线, 都有 $\vec{FA} \cdot \vec{FB} < 0$? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

21. 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2 + bx + c$, 其中 $a > 0$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = 1$.
- (1) 确定 b, c 的值;
 - (2) 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_1, f(x_1))$ 及 $(x_2, f(x_2))$ 处的切线都过点 $(0, 2)$. 证明: 当 $x_1 \neq x_2$ 时, $f'(x_1) \neq f'(x_2)$;
 - (3) 若过点 $(0, 2)$ 可作曲线 $y = f(x)$ 的三条不同切线, 求 a 的取值范围.

19. 已知某地今年年初拥有居民住房的总面积为 a (单位: m^2), 其中有部分旧住房需要拆除. 当地有关部门决定每年以当年年初住房面积的 10% 建设新住房, 同时也拆除面积为 b (单位: m^2) 的旧住房.
- (1) 分别写出第一年末和第二年末的实际住房面积的表达式;
 - (2) 如果第五年末该地的住房面积正好比今年年初的住房面积增加了 30%, 则每年拆除的旧住房面积 b 是多少? (计算时取 $1.1^5 = 1.6$)