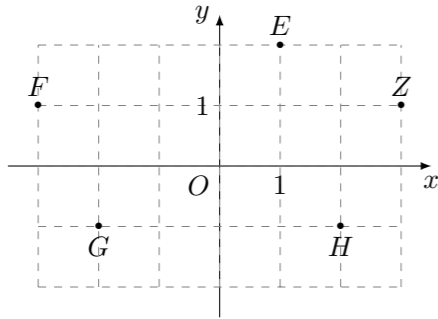


2010 普通高等学校招生考试 (湖北卷理)

一、选择题

1. 若 i 为虚数单位, 图中复平面内点 Z 表示复数 z , 则表示复数 $\frac{z}{1+i}$ 的点是



- (A) E (B) F (C) G (D) H

2. 设集合 $A = \{(x, y) \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid y = 3^x\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 15, b = 10, A = 60^\circ$, 则 $\cos B =$

- (A) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (C) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

4. 投掷一枚均匀硬币和一枚均匀骰子各一次, 记“硬币正面向上”为事件 A , “骰子向上的点数是 3”为事件 B , 则事件 A, B 中至少有一件发生的概率是

- (A) $\frac{5}{12}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{3}{4}$

5. 已知 $\triangle ABC$ 和点 M 满足 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$. 若存在实数 m 使得 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{AM}$ 成立, 则 $m =$

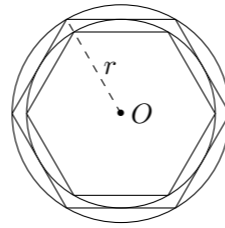
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

6. 将参加夏令营的 600 名学生编号为: 001, 002, \dots , 600. 采用系统抽样方法抽取一个容量为 50 的样本, 且随机抽得的号码为 003. 这 600 名学生分住在三个营区, 从 001 到 300 在第 I 营区, 从 301 到 495 住在第 II 营区, 从 496 到 600 住在第 III 营区. 三个营区被抽中的人数依次为

- (A) 26, 16, 8 (B) 25, 17, 8 (C) 25, 16, 9 (D) 24, 17, 9

7. 如图, 在半径为 r 的圆内作内接正六边形, 再作正六边形的内切圆, 又在此内切圆内作内接正六边形, 如此无限继续下去, 设 S_n 为前 n 个圆的面积之和, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$

()



- (A) $2\pi r^2$ (B) $\frac{8}{3}\pi r^2$ (C) $4\pi r^2$ (D) $6\pi r^2$

8. 现安排甲、乙、丙、丁、戊 5 名同学参加上海世博会志愿者服务活动, 每人从事翻译、导游、礼仪、司机四项工作之一, 每项工作至少有一人参加. 甲、乙不会开车但能从事其他三项工作, 丙、丁、戊都能胜任四项工作, 则不同安排方案的种数是

- (A) 152 (B) 126 (C) 90 (D) 54

9. 若直线 $y = x + b$ 与曲线 $y = 3 - \sqrt{4x - x^2}$ 有公共点, 则 b 的取值范围是

- (A) $[-1, 1 + 2\sqrt{2}]$ (B) $[1 - 2\sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2}]$
(C) $[1 - 2\sqrt{2}, 3]$ (D) $[1 - \sqrt{2}, 3]$

10. 记实数 x_1, x_2, \dots, x_n 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 已知 $\triangle ABC$ 的三边边长为 a, b, c ($a \leq b \leq c$), 定义它的倾斜度为 $t = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot \min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$, 则“ $t = 1$ ”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的

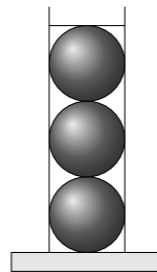
- (A) 必要而不充分的条件 (B) 充分而不必要的条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件

二、填空题

11. 在 $(x + \sqrt[3]{3}y)^{20}$ 的展开式中, 系数为有理数的项共有_____项.

12. 已知 $z = 2x - y$, 式中变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x, \\ x + y \geq 1, \\ x \leq 2, \end{cases}$ 则 z 的最大值为_____.

13. 圆柱形容器内部盛有高度为 8 cm 的水, 若放入三个相同的球 (球的半径与圆柱的底面半径相同) 后, 水恰好淹没最上面的球 (如图所示), 则球的半径是_____cm.

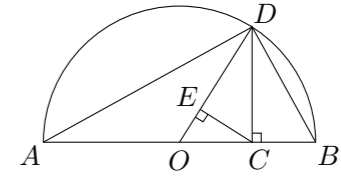


14. 某射手射击所得环数 ξ 的分布列如下:

ξ	7	8	9	10
P	x	0.1	0.3	y

已知 ξ 的期望 $E\xi = 8.9$, 则 y 的值为_____.

15. 设 $a > 0, b > 0$, 称 $\frac{2ab}{a+b}$ 为 a, b 的调和平均数. 如图, C 为线段 AB 上的点, 且 $AC = a, CB = b, O$ 为 AB 中点, 以 AB 为直径做半圆. 过点 C 作 AB 的垂线交半圆于 D . 连接 OD, AD, BD . 过点 C 作 OD 的垂线, 垂足为 E . 则图中线段 OD 的长度是 a, b 的算术平均数, 线段_____的长度是 a, b 的几何平均数, 线段_____的长度是 a, b 的调和平均数.



三、解答题

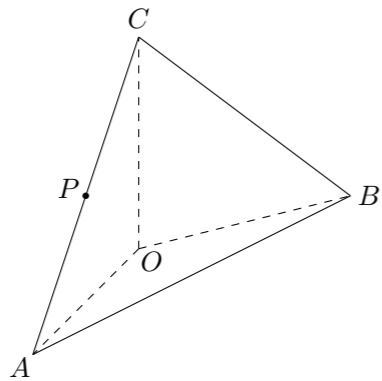
16. 已知函数 $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$, $g(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4}$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;
(2) 求函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 的最大值, 并求使 $h(x)$ 取得最大值的 x 的集合.

17. 为了在夏季降温和冬季供暖时减少能源损耗, 房屋的屋顶和外墙需要建造隔热层. 某幢建筑物要建造可使用 20 年的隔热层, 每厘米厚的隔热层建造成本为 6 万元. 该建筑物每年的能源消耗费用 C (单位: 万元) 与隔热层厚度 x (单位: cm) 满足关系: $C(x) = \frac{k}{3x+5}$ ($0 \leq x \leq 10$), 若不建隔热层, 每年能源消耗费用为 8 万元. 设 $f(x)$ 为隔热层建造费用与 20 年的能源消耗费用之和.
(1) 求 k 的值及 $f(x)$ 的表达式.
(2) 隔热层修建多厚时, 总费用 $f(x)$ 达到最小, 并求最小值.

18. 如图, 在四面体 $ABOC$ 中, $OC \perp OA$, $OC \perp OB$, $\angle AOB = 120^\circ$, 且 $OA = OB = OC = 1$.

(1) 设 P 为 AC 的中点, 证明: 在 AB 上存在一点 Q , 使 $PQ \perp OA$, 并计算 $\frac{AB}{AQ}$ 的值;

(2) 求二面角 $O-AC-B$ 的平面角的余弦值.



20. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = \frac{1}{2}$, $\frac{3(1+a_{n+1})}{1-a_n} = \frac{2(1+a_n)}{1-a_{n+1}}$, $a_n a_{n+1} < 0$ ($n \geq 1$); 数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = a_{n+1}^2 - a_n^2$ ($n \geq 1$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 数列 $\{b_n\}$ 中的任意三项不可能成等差数列.

21. 已知函数 $f(x) = ax + \frac{b}{x} + c$ ($a > 0$) 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = x - 1$.

(1) 用 a 表示出 b, c ;

(2) 若 $f(x) \geq \ln x$ 在 $[1, +\infty)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

(3) 证明: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} > \ln(n+1) + \frac{n}{2(n+1)}$ ($n \geq 1$).

19. 已知一条曲线 C 在 y 轴的右边, C 上每一点到点 $F(1, 0)$ 的距离减去它到 y 轴距离的差都是 1.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 是否存在正数 m , 对于过点 $M(m, 0)$ 且与曲线 C 有两个交点 A, B 的任一直线, 都有 $\vec{FA} \cdot \vec{FB} < 0$? 若存在, 求出 m 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.