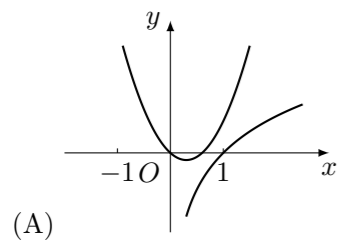


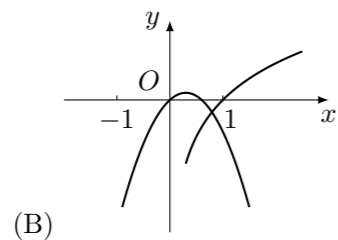
## 2010 普通高等学校招生考试 (湖南卷文)

### 一、选择题

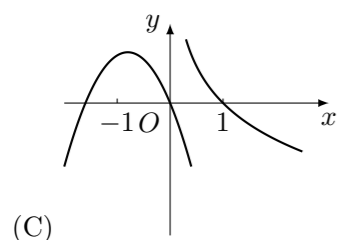
- 复数  $\frac{2}{1-i}$  等于 ( )  
 (A)  $1+i$  (B)  $1-i$  (C)  $-1+i$  (D)  $-1-i$
- 下列命题中的假命题是 ( )  
 (A)  $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x = 0$  (B)  $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 1$   
 (C)  $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 > 0$  (D)  $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$
- 某商品销售量  $y$  (件) 与销售价格  $x$  (元/件) 负相关, 则其回归方程可能是 ( )  
 (A)  $\hat{y} = -10x + 200$  (B)  $\hat{y} = 10x + 200$   
 (C)  $\hat{y} = -10x - 200$  (D)  $\hat{y} = 10x - 200$
- 极坐标  $\rho = \cos \theta$  和参数方程  $\begin{cases} x = -1-t, \\ y = 2+t, \end{cases}$  ( $t$  为参数) 所表示的图形分别是 ( )  
 (A) 直线、直线 (B) 直线、圆 (C) 圆、圆 (D) 圆、直线
- 设抛物线  $y^2 = 8x$  上一点  $P$  到  $y$  轴的距离是 4, 则点  $P$  到该抛物线焦点的距离是 ( )  
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12
- 若非零向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|, (2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} = 0$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为 ( )  
 (A)  $30^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $150^\circ$
- 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边长分别为  $a, b, c$ , 若  $\angle C = 120^\circ, c = \sqrt{2}a$ , 则 ( )  
 (A)  $a > b$  (B)  $a < b$   
 (C)  $a = b$  (D)  $a$  与  $b$  的大小关系不能确定
- 函数  $y = ax^2 + bx$  与  $y = \log_{\frac{b}{a}} x$  ( $ab \neq 0, |a| \neq |b|$ ) 在同一直角坐标系中的图象可能是 ( )



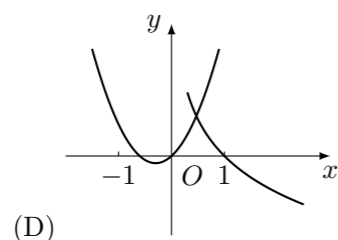
(A)



(B)



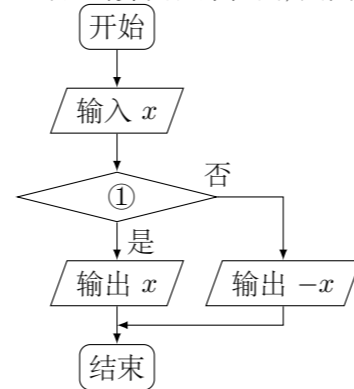
(C)



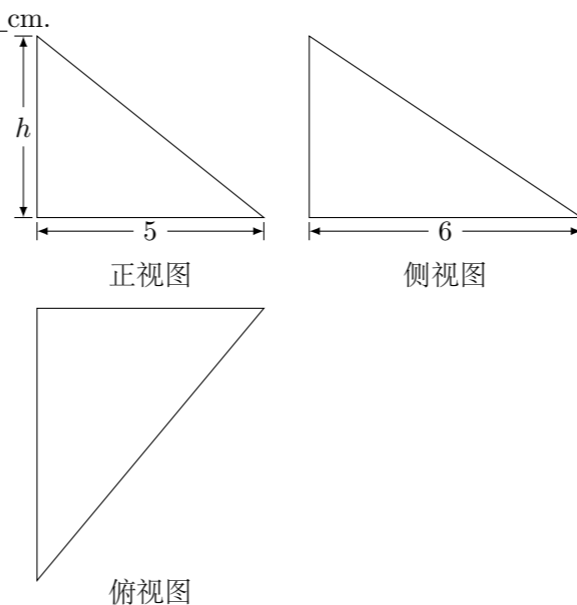
(D)

### 二、填空题

- 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, m, 4\}, A \cap B = \{2, 3\}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.
- 已知一种材料的最佳加入量在 100 g 到 200 g 之间. 若用 0.618 法安排实验, 则第一次试点的加入量可以是\_\_\_\_\_g.
- 在区间  $[-1, 2]$  上随机取一个数  $x$ , 则  $x \in [0, 1]$  的概率为\_\_\_\_\_.
- 下图是求实数  $x$  的绝对值的算法程序框图, 则判断框①中可填\_\_\_\_\_.



- 图中的三个直角三角形是一个体积为  $20 \text{ cm}^3$  的几何体的三视图, 则  $h =$ \_\_\_\_\_cm.



- 若不同两点  $P, Q$  的坐标分别为  $(a, b), (3-b, 3-a)$ , 则线段  $PQ$  的垂直平分线  $l$  的斜率为, 圆  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$  关于直线  $l$  对称的圆的方程为\_\_\_\_\_.
- 若规定  $E = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$  的子集  $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n}\}$  为  $E$  的第  $k$  个子集, 其中  $k = 2^{i_1-1} + 2^{i_2-1} + 2^{i_3-1} + \dots + 2^{i_n-1}$ , 则  
 (1)  $\{a_1, a_3\}$  是  $E$  的第\_\_\_\_\_个子集;  
 (2)  $E$  的第 211 个子集是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

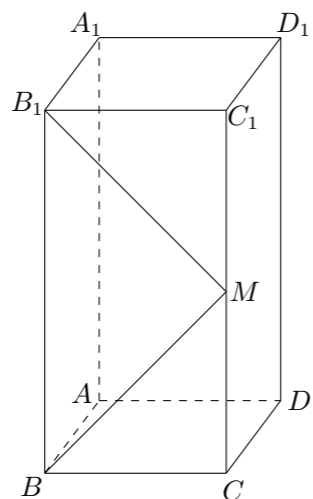
- 已知函数  $f(x) = \sin 2x - 2\sin^2 x$ .  
 (1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期;  
 (2) 求函数  $f(x)$  的最大值及  $f(x)$  取最大值时  $x$  的集合.

- 为了对某课题进行研究, 用分层抽样方法从三所高校  $A, B, C$  的相关人员中, 抽取若干人组成研究小组, 有关数据见下表 (单位: 人):

高校	相关人数	抽取人数
$A$	18	$x$
$B$	36	2
$C$	54	$y$

- 求  $x, y$ ;
- 若从高校  $B, C$  抽取的人中选 2 人作专题发言, 求这二人都来自高校  $C$  的概率.

18. 如图所示, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = AD = 1, AA_1 = 2$ ,  $M$  是棱  $CC_1$  的中点.
- (1) 求异面直线  $A_1M$  和  $C_1D_1$  所成的角的正切值;
- (2) 证明: 平面  $ABM \perp$  平面  $A_1B_1M$ .



20. 给出下面的数表序列:

表 1	表 2	表 3	...
1	1 3	1 3 5	
	4	4 8	
		12	

其中表  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) 有  $n$  行, 第 1 行的  $n$  个数是  $1, 3, 5, \dots, 2n-1$ , 从第 2 行起, 每行中的每个数都等于它肩上的两数之和.

- (1) 写出表 4, 验证表 4 各行中数的平均数按从上到下的顺序构成等比数列, 并将结论推广到表  $n$  ( $n \geq 3$ ) (不要求证明);
- (2) 每个数列中最后一行都只有一个数, 它们构成数列  $1, 4, 12, \dots$ , 记此数列为  $\{b_n\}$ , 求和:  $\frac{b_3}{b_1 b_2} + \frac{b_4}{b_2 b_3} + \dots + \frac{b_{n+2}}{b_n b_{n+1}}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

21. 已知函数  $f(x) = \frac{a}{x} + x + (a-1)\ln x + 15a$ , 其中  $a < 0$ , 且  $a \neq -1$ .

- (1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;
- (2) 设函数  $g(x) = \begin{cases} (-2x^3 + 3ax^2 + 6ax - 4a^2 - 6a)e^x, & x \leq 1, \\ e \cdot f(x), & x > 1, \end{cases}$  ( $e$  是自然数的底数). 是否存在  $a$ , 使  $g(x)$  在  $[a, -a]$  上为减函数? 若存在, 求  $a$  的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

19. 为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川上相距 8 km 的  $A, B$  两点各建一个考察基地. 视冰川面为平面形, 以过  $A, B$  两点的直线为  $x$  轴, 线段  $AB$  的垂直平分线为  $y$  轴建立平面直角坐标系 (下图). 考察范围到  $A, B$  两点的距离之和不超过 10 km 的区域.

- (1) 求考察区域边界曲线的方程;
- (2) 如图所示, 设线段  $P_1P_2$  是冰川的部分边界线 (不考虑其他边界), 当冰川融化时, 边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动, 第一年移动 0.2 km, 以后每年移动的距离为前一年的 2 倍. 问: 经过多长时间, 点  $A$  恰好在冰川边界线上?

