2010 普通高等学校招生考试 (辽宁卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $U=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$, $A=\{1,\ 5,\ 7\}$, 则 $\complement_U A=$ ( )

(A) $\{1,\ 3\}$ (B) $\{3,\ 7,\ 9\}$ (C) $\{3,\ 5,\ 9\}$ (D) $\{3,\ 9\}$

2. 设 a, b 为实数, 若复数 $\dfrac{1+2\mathrm{i}}{a+b\mathrm{i}}=1+\mathrm{i}$, 则 ( )

(A) $a=\dfrac{3}{2}, b=\dfrac{1}{2}$ (B) $a=3, b=1$ (C) $a=\dfrac{1}{2}, b=\dfrac{3}{2}$ (D) $a=1, b=3$

3. 设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $3S_3=a_4-2$, $3S_2=a_3-2$, 则公比 $q=$ ( )

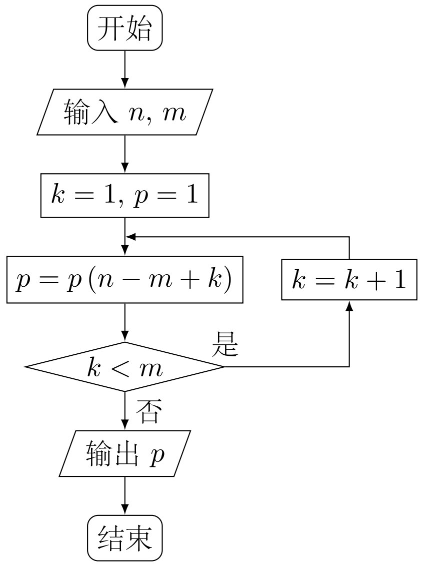
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

4. 已知 $a>0$, 函数 $f(x)=ax^2+bx+c$. 若 x_0 满足关于 x 的方程 $2ax+b=0$, 则下列选项的命题中为假命题的是 ( )

(A) $\exists x\in\mathbf{R},\ f(x)\leqslant f(x_0)$ (B) $\exists x\in\mathbf{R},\ f(x)\geqslant f(x_0)$

(C) $\forall x\in\mathbf{R},\ f(x)\leqslant f(x_0)$ (D) $\forall x\in\mathbf{R},\ f(x)\geqslant f(x_0)$

5. 如果执行下图所示的程序框图, 输入 $n=6$, $m=4$, 那么输出的 p 等于( )



(A) 720 (B) 360 (C) 240 (D) 120

6. 设 $\omega>0$, 函数 $y=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)+2$ 的图象向右平移 $\dfrac{4\pi}{3}$ 个单位后与原图象重合, 则 ω 的最小值是 ( )

(A) $\dfrac{2}{3}$ (B) $\dfrac{4}{3}$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) 3

7. 设抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F, 准线为 l, P 为抛物线上一点, $PA\perp l$, A 为垂足, 如果直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 那么 $|PF|=$ ( )

(A) $4\sqrt{3}$ (B) 8 (C) $8\sqrt{3}$ (D) 16

8. 平面上 O, A, B 三点不共线, 设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于 ( )

(A) $\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$ (B) $\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$

(C) $\dfrac{1}{2}\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$ (D) $\dfrac{1}{2}\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$

9. 设双曲线的一个焦点为 F, 虚轴的一个端点为 B, 如果直线 FB 与该双曲线的一条渐近线垂直, 那么此双曲线的离心率为 ( )

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

10. 设 $2^a=5^b=m$, 且 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=2$, 则 $m=$ ( )

(A) $\sqrt{10}$ (B) 10 (C) 20 (D) 100

11. 已知 S, A, B, C 是球 O 表面上的点, $SA\perp$ 平面 ABC, $AB\perp BC$, $SA=AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, 则球 O 的表面积等于 ( )

(A) 4π (B) 3π (C) 2π (D) π

12. 已知点 P 在曲线 $y=\dfrac{4}{\mathrm{e}^x+1}$ 上, α 为曲线在点 P 处的切线的倾斜角, 则 α 的取值范围是 ( )

(A) $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ (B) $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$ (C) $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$ (D) $\left[\dfrac{3\pi}{4},\pi\right)$

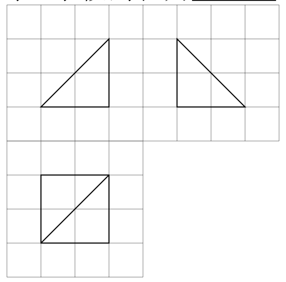
二、填空题

13. 三张卡片上分别写上字母 E, E, B, 将三张卡片随机地排成一行, 恰好排成英文单词 BEE 的概率为______.

14. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_3=3$, $S_6=24$, 则 $a_9=$______.

15. 已知 $-1<x+y<4$ 且 $2<x-y<3$, 则 $z=2x-3y$ 的取值范围是______. (答案用区间表示)

16. 如图, 网格纸的小正方形的边长是 1, 在其上用粗线画出了某多面体的三视图, 则这个多面体最长的一条棱的长为______.



三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且 $2a\sin A=(2b+c)\sin B+(2c+b)\sin C$.

(1) 求 A 的大小;

(2) 若 $\sin B+\sin C=1$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

18. 为了比较注射 A, B 两种药物后产生的皮肤疱疹的面积, 选 200 只家兔做试验, 将这 200 只家兔随机地分成两组, 每组 100 只, 其中一组注射药物 A, 另一组注射药物 B. 下表 1 和表 2 分别是注射药物 A 和 B 后的试验结果. (疱疹面积单位: mm^2)

表 1: 注射药物 A 后皮肤疱疹面积的频数分布表

疱疹面积	$[60,65)$	$[65,70)$	$[70,75)$	$[75,80)$
频数	30	40	20	10

表 2: 注射药物 B 后皮肤疱疹面积的频数分布表

疱疹面积	$[60,65)$	$[65,70)$	$[70,75)$	$[75,80)$	$[80,85)$
频数	10	25	20	30	15

(1) 完成下面频率分布直方图, 并比较注射两种药物后疱疹面积的中位数大小;

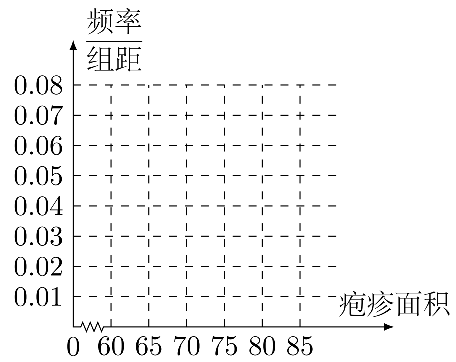


图 1: 注射药物 A

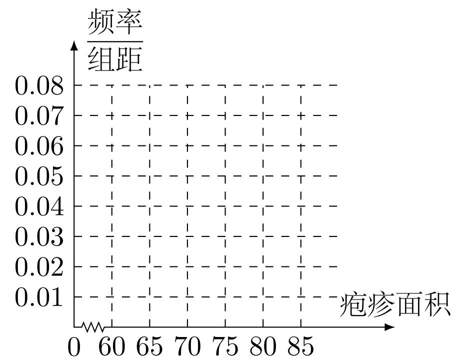


图 2: 注射药物 B

(2) 完成下面 2×2 列联表, 并回答能否有 99.9% 的把握认为"注射药物 A 后的疱疹面积与注射药物 B 后的疱疹面积有差异".

	疱疹面积小于 70 mm^2	疱疹面积不小于 70 mm^2	合计
注射药物 A	$a=$	$b=$	
注射药物 B	$c=$	$d=$	
合计			$n=$

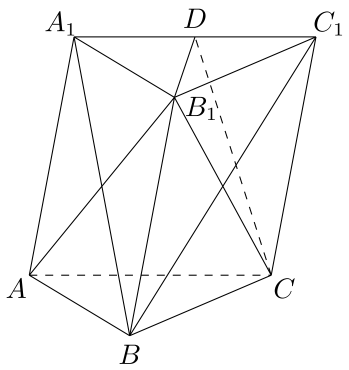
附: $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

19. 如图, 棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面 BCC_1B_1 是菱形, $B_1C \perp A_1B$.

(1) 证明: 平面 $AB_1C \perp$ 平面 A_1BC_1;

(2) 设 D 是 A_1C_1 上的点, 且 $A_1B \parallel$ 平面 B_1CD, 求 $A_1D : DC_1$ 的值.



20. 设 F_1, F_2 分别为椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点, 过 F_2 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 直线 l 的倾斜角为 60°, F_1 到直线 l 的距离为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的焦距;

(2) 如果 $\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$, 求椭圆 C 的方程.

21. 已知函数 $f(x)=(a+1)\ln x+ax^2+1$.

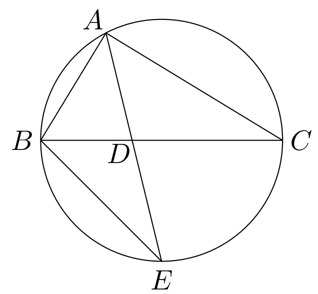
(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $a \leqslant -2$, 证明: 对任意 $x_1, x_2 \in (0,+\infty)$, $|f(x_1)-f(x_2)| \geqslant 4|x_1-x_2|$.

22. 如图, $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 的延长线交它的外接圆于点 E.

(1) 证明: $\triangle ABE \backsim \triangle ADC$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}AD\cdot AE$, 求 $\angle BAC$ 的大小.



23. 已知 P 为半圆 C: $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}$ (θ 为参数, $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$) 上的点, 点 A 的坐标为 $(1,0)$, O 为坐标原点, 点 M 在射线 OP 上, 线段 OM 与 C 的弧 $\overparen{AP}$ 的长度均为 $\dfrac{\pi}{3}$.

(1) 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 求点 M 的极坐标;

(2) 求直线 AM 的参数方程.

24. 已知 a, b, c 均为正数, 证明: $a^2+b^2+c^2+\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)^2 \geqslant 6\sqrt{3}$, 并确定 a, b, c 为何值时, 等号成立.