

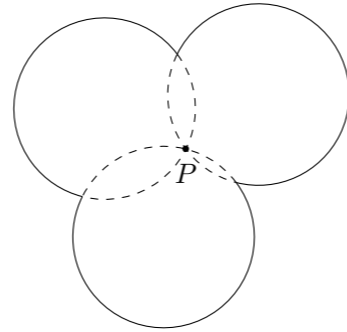
2010 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

一、选择题

1. $(x+1)^4$ 的展开式中 x^2 的系数为 ()
(A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 20
2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_9 = 10$, 则 a_5 的值为 ()
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10
3. 若向量 $\mathbf{a} = (3, m)$, $\mathbf{b} = (2, -1)$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, 则实数 m 的值为 ()
(A) $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 6
4. 函数 $y = \sqrt{16 - 4^x}$ 的值域是 ()
(A) $[0, +\infty)$ (B) $[0, 4]$ (C) $[0, 4)$ (D) $(0, 4)$
5. 某单位有职工 750 人, 其中青年职工 350 人, 中年职工 250 人, 老年职工 150 人, 为了了解该单位职工的健康情况, 用分层抽样的方法从中抽取样本. 若样本中的青年职工为 7 人, 则样本容量为 ()
(A) 7 (B) 15 (C) 25 (D) 35
6. 下列函数中, 周期为 π , 且在 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上为减函数的是 ()
(A) $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$ (B) $y = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$
(C) $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ (D) $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$
7. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x - y \geq 0, \\ 2x - y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x - 2y$ 的最大值为 ()
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6
8. 若直线 $y = x - b$ 与曲线 $\begin{cases} x = 2 + \cos \theta, \\ y = \sin \theta, \end{cases} (\theta \in [0, 2\pi))$ 有两个不同的公共点, 则实数 b 的取值范围为 ()
(A) $(2 - \sqrt{2}, 1)$ (B) $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$
(C) $(-\infty, 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}, +\infty)$ (D) $(2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})$
9. 到两互相垂直的异面直线的距离相等的点 ()
(A) 只有 1 个 (B) 恰有 3 个 (C) 恰有 4 个 (D) 有无穷多个
10. 某单位拟安排 6 位员工在今年 6 月 14 日至 16 日 (端午节假期) 值班, 每天安排 2 人, 每人值班 1 天. 若 6 位员工中的甲不值 14 日, 乙不值 16 日, 则不同的安排方法共有 ()
(A) 30 种 (B) 36 种 (C) 42 种 (D) 48 种

二、填空题

11. 设 $A = \{x | x + 1 > 0\}$, $B = \{x | x < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
12. 已知 $t > 0$, 则函数 $y = \frac{t^2 - 4t + 1}{t}$ 的最小值为_____.
13. 已知过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点, $|AF| = 2$, 则 $|BF| =$ _____.
14. 加工某一零件需经过三道工序, 设第一、二、三道工序的次品率分别为 $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{69}$, $\frac{1}{68}$, 且各道工序互不影响, 则加工出来的零件的次品率为_____.
15. 如图, 图中的实线是由三段圆弧连接而成的一条封闭曲线 C , 各段弧所在的圆经过同一点 P (点 P 不在 C 上) 且半径相等. 设第 i 段弧所对的圆心角 $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$, 则 $\cos \frac{\alpha_1}{3} \cos \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{3} - \sin \frac{\alpha_1}{3} \sin \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{3} =$ _____.



三、解答题

16. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为 19, 公差为 -2 的等差数列, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.
(1) 求通项 a_n 及 S_n ;
(2) 设 $\{b_n - a_n\}$ 是首项为 1, 公比为 3 的等比数列, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 T_n .

17. 在甲、乙等 6 个单位参加的一次“唱读讲传”演出活动中, 每个单位的节目集中安排在一起. 若采用抽签的方式随机确定各单位的演出顺序 (序号为 $1, 2, \dots, 6$), 求:
(1) 甲、乙两单位的演出序号均为偶数的概率;
(2) 甲、乙两单位的演出序号不相邻的概率.

18. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 且 $3b^2 + 3c^2 - 3a^2 = 4\sqrt{2}bc$.
(1) 求 $\sin A$ 的值;
(2) 求 $\frac{2 \sin(A + \frac{\pi}{4}) \sin(B + C + \frac{\pi}{4})}{1 - \cos 2A}$ 的值.

19. 已知函数 $f(x) = ax^3 + x^2 + bx$ (其中常数 $a, b \in \mathbf{R}$), $g(x) = f(x) + f'(x)$ 是奇函数.

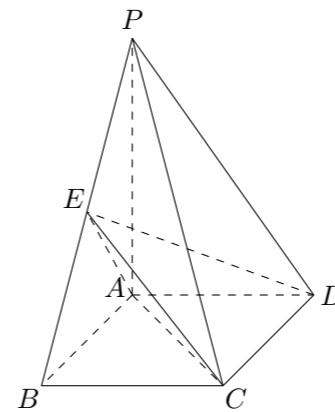
(1) 求 $f(x)$ 的表达式;

(2) 讨论 $g(x)$ 的单调性, 并求 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值和最小值.

20. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = AB = \sqrt{2}$, 点 E 是棱 PB 的中点.

(1) 证明: $AE \perp$ 平面 PBC ;

(2) 若 $AD = 1$, 求二面角 $B-EC-D$ 的平面角的余弦值.



21. 已知以原点 O 为中心, $F(\sqrt{5}, 0)$ 为右焦点的双曲线 C 的离心率 $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程及其渐近线方程;

(2) 如图, 已知过点 $M(x_1, y_1)$ 的直线 $l_1: x_1x + 4y_1y = 4$ 与过点 $N(x_2, y_2)$ (其中 $x_2 \neq x_1$) 的直线 $l_2: x_2x + 4y_2y = 4$ 的交点 E 在双曲线 C 上, 直线 MN 与两条渐近线分别交于 G, H 两点, 求 $\vec{OG} \cdot \vec{OH}$ 的值.

