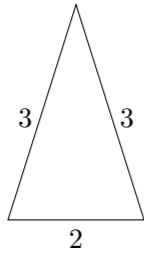


## 2011 普通高等学校招生考试 (上海卷文)

### 一、填空题

1. 若全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x \geq 1\}$ , 则  $\complement_U A =$ \_\_\_\_\_.
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3n}{n+3}\right) =$ \_\_\_\_\_.
3. 若函数  $f(x) = 2x + 1$  的反函数为  $f^{-1}(x)$ , 则  $f^{-1}(-2) =$ \_\_\_\_\_.
4. 函数  $y = 2 \sin x - \cos x$  的最大值为\_\_\_\_\_.
5. 若直线  $l$  过点  $(3, 4)$ , 且  $(1, 2)$  是它的一个法向量, 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.
6. 不等式  $\frac{1}{x} < 1$  的解集为\_\_\_\_\_.
7. 若一个圆锥的主视图 (如图所示) 是边长为 3, 3, 2 的三角形, 则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_.



8. 在相距 2 千米的  $A, B$  两点处测量目标点  $C$ , 若  $\angle CAB = 75^\circ$ ,  $\angle CBA = 60^\circ$ , 则  $A, C$  两点之间的距离是千米\_\_\_\_\_.
9. 若变量  $x, y$  满足条件  $\begin{cases} 3x - y \leq 0, \\ x - 3y + 5 \geq 0, \end{cases}$  则  $z = x + y$  的最大值为\_\_\_\_\_.
10. 课题组进行城市空气质量调查, 按地域把 24 个城市分成甲、乙、丙三组, 对应的城市数分别为 4、12、8, 若用分层抽样抽取 6 个城市, 则丙组中应抽取的城市数为\_\_\_\_\_.
11. 行列式  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  ( $a, b, c, d \in \{-1, 1, 2\}$ ) 所有可能的值中, 最大的是\_\_\_\_\_.
12. 在正三角形  $ABC$  中,  $D$  是  $BC$  上的点. 若  $AB = 3, BD = 1$ , 则  $\vec{AB} \cdot \vec{AD} =$ \_\_\_\_\_.
13. 随机抽取的 9 位同学中, 至少有 2 位同学在同一月份出生的概率为\_\_\_\_\_. (默认每个月的天数相同, 结果精确到 0.001)
14. 设  $g(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上, 以 1 为周期的函数, 若函数  $f(x) = x + g(x)$  在区间  $[0, 1]$  上的值域为  $[-2, 5]$ , 则  $f(x)$  在区间  $[0, 3]$  上的值域为\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

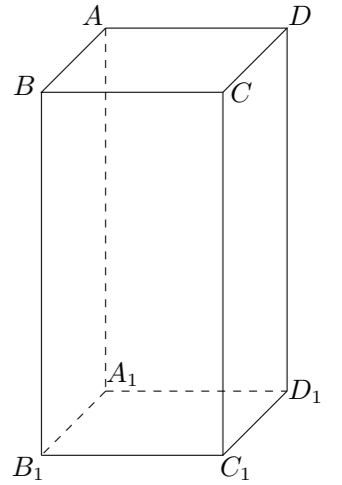
15. 下列函数中, 既是偶函数, 又在区间  $(0, +\infty)$  上单调递减的是 ( )  
 (A)  $y = x^{-2}$     (B)  $y = x^{-1}$     (C)  $y = x^2$     (D)  $y = x^{\frac{1}{3}}$

16. 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $ab > 0$ , 则下列不等式中, 恒成立的是 ( )  
 (A)  $a^2 + b^2 > 2ab$     (B)  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$   
 (C)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$     (D)  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$
17. 若三角方程  $\sin x = 0$  与  $\sin 2x = 0$  的解集分别为  $E, F$ , 则 ( )  
 (A)  $E \subsetneq F$     (B)  $E \supsetneq F$     (C)  $E = F$     (D)  $E \cap F = \emptyset$
18. 设  $A_1, A_2, A_3, A_4$  是平面上给定的 4 个不同点, 则使  $\vec{MA_1} + \vec{MA_2} + \vec{MA_3} + \vec{MA_4} = \vec{0}$  成立的点  $M$  的个数为 ( )  
 (A) 0    (B) 1    (C) 2    (D) 4

### 三、解答题

19. 已知复数  $z_1$  满足  $(z_1 - 2)(1 + i) = 1 - i$  ( $i$  为虚数单位), 复数  $z_2$  的虚部为 2, 且  $z_1 \cdot z_2$  是实数, 求  $z_2$ .

20. 已知  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  是底面边长为 1 的正四棱柱, 高  $AA_1 = 2$ , 求:  
 (1) 异面直线  $BD$  与  $AB_1$  所成角的余弦值;  
 (2) 四面体  $AB_1D_1C$  的体积.



21. 已知函数  $f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot 3^x$ , 其中常数  $a, b$  满足  $a \cdot b \neq 0$ .

- (1) 若  $a \cdot b > 0$ , 判断函数  $f(x)$  的单调性;
- (2) 若  $a \cdot b < 0$ , 求  $f(x+1) > f(x)$  时的  $x$  的取值范围.

22. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1$  (常数  $m > 1$ ),  $P$  是曲线  $C$  上的动点,  $M$  是曲线  $C$  的右顶点, 定点  $A$  的坐标为  $(2, 0)$ .

- (1) 若  $M$  与  $A$  重合, 求曲线  $C$  的焦点坐标;
- (2) 若  $m = 3$ , 求  $|PA|$  的最大值与最小值;
- (3) 若  $|PA|$  的最小值为  $|MA|$ , 求实数  $m$  的取值范围.

23. 已知数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式分别为  $a_n = 3n + 6$ ,  $b_n = 2n + 7$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ), 将集合  $\{x \mid x = a_n, n \in \mathbf{N}^*\} \cup \{x \mid x = b_n, n \in \mathbf{N}^*\}$  中的元素从小到大依次排列, 构成数列  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$ .

- (1) 求三个最小的数, 使它们既是数列  $\{a_n\}$  中的项, 又是数列  $\{b_n\}$  中的项;
- (2) 数列  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{40}$  中有多少项不是数列  $\{b_n\}$  中的项? 请说明理由;
- (3) 求数列  $\{c_n\}$  的前  $4n$  项和  $S_{4n}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).