

2011 普通高等学校招生考试 (北京卷文)

一、选择题

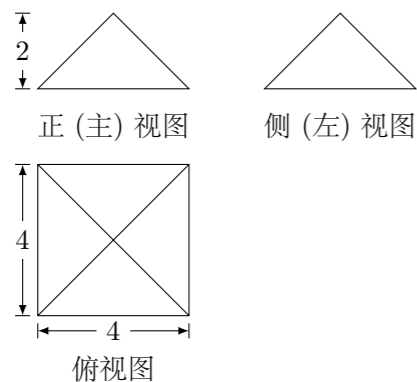
1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x | x^2 \leq 1\}$, 那么 $\complement_U P =$ ()
 (A) $(-\infty, -1)$ (B) $(1, +\infty)$
 (C) $(-1, 1)$ (D) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

2. 复数 $\frac{i-2}{1+2i} =$ ()
 (A) i (B) $-i$ (C) $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ (D) $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

3. 如果 $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y < 0$, 那么 ()
 (A) $y < x < 1$ (B) $x < y < 1$ (C) $1 < x < y$ (D) $1 < y < x$

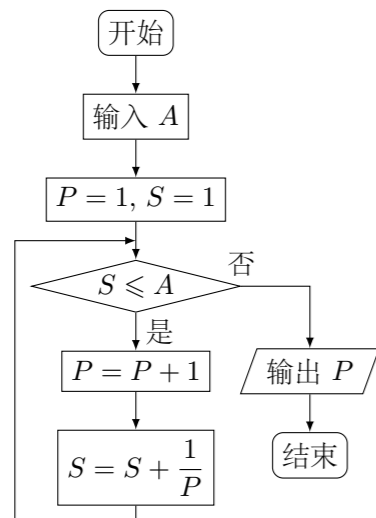
4. 若 p 是真命题, q 是假命题, 则 ()
 (A) $p \wedge q$ 是真命题 (B) $p \vee q$ 是假命题 (C) $\neg p$ 是真命题 (D) $\neg q$ 是真命题

5. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥的表面积是 ()



- (A) 32 (B) $16 + 16\sqrt{2}$ (C) 48 (D) $16 + 32\sqrt{2}$

6. 执行如图所示的程序框图, 若输入 A 的值为 2, 则输出的 P 的值为 ()



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

7. 某车间分批生产某种产品, 每批的生产准备费用为 800 元. 若每批生产 x 件, 则平均仓储时间为 $\frac{x}{8}$ 天, 且每件产品每天的仓储费用为 1 元. 为使平均到每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小, 每批应生产产品 ()
 (A) 60 件 (B) 80 件 (C) 100 件 (D) 120 件

8. 已知点 $A(0, 2), B(2, 0)$. 若点 C 在函数 $y = x^2$ 的图象上, 则使得 $\triangle ABC$ 的面积为 2 的点 C 的个数为 ()
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

二、填空题

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b = 5, \angle B = \frac{\pi}{4}, \sin A = \frac{1}{3}$, 则 $a =$ _____.

10. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的一条渐近线的方程为 $y = 2x$, 则 $b =$ _____.

11. 已知向量 $\mathbf{a} = (\sqrt{3}, 1), \mathbf{b} = (0, -1), \mathbf{c} = (k, \sqrt{3})$. 若 $\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ 与 \mathbf{c} 共线, 则 $k =$ _____.

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{2}, a_4 = -4$, 则公比 $q =$ _____; $a_1 + a_2 + \dots + a_n =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geq 2, \\ (x-1)^3, & x < 2, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = k$ 有两个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是_____.

14. 设 $A(0, 0), B(4, 0), C(t+4, 3), D(t, 3) (t \in \mathbf{R})$. 记 $N(t)$ 为平行四边形 $ABCD$ 内部 (不含边界) 的整点的个数, 其中整点是指横、纵坐标都是整数的点, 则 $N(0) =$ _____; $N(t)$ 的所有可能取值为_____.

三、解答题

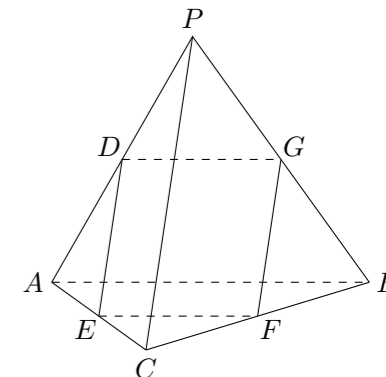
15. 已知函数 $f(x) = 4 \cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.
 (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
 (2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值.

16. 以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵数. 乙组记录中有一个数据模糊, 无法确认, 在图中以 X 表示.

甲组	0	乙组
9 9	X	8 9
1 1	1	0

- (1) 如果 $X = 8$, 求乙组同学植树棵数的平均数和方差;
 (2) 如果 $X = 9$, 分别从甲、乙两组中随机选取一名同学, 求这两名同学的植树总棵数为 19 的概率.
 (注: 方差 $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 其中 \bar{x} 为 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数)

17. 如图, 在四面体 $PABC$ 中, $PC \perp AB, PA \perp BC$, 点 D, E, F, G 分别是棱 AP, AC, BC, PB 的中点.
 (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 BPC ;
 (2) 求证: 四边形 $DEFG$ 为矩形;
 (3) 是否存在点 Q , 到四面体 $PABC$ 六条棱的中点的距离相等? 说明理由.



18. 已知函数 $f(x) = (x - k)e^x$.
- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
 - (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值.
19. 已知椭圆 $G: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 右焦点为 $(2\sqrt{2}, 0)$, 斜率为 1 的直线 l 与椭圆 G 交于 A, B 两点, 以 AB 为底边作等腰三角形, 顶点为 $P(-3, 2)$.
- (1) 求椭圆 G 的方程;
 - (2) 求 $\triangle PAB$ 的面积.
20. 若数列 $A_n: a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 2)$ 满足 $|a_{n+1} - a_k| = 1 (k = 1, 2, \dots, n - 1)$, 则称 A_n 为 E 数列. 记 $S(A_n) = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.
- (1) 写出一个 E 数列 A_5 满足 $a_1 = a_3 = 0$;
 - (2) 若 $a_1 = 12, n = 2000$, 证明: E 数列 A_n 是递增数列的充要条件是 $a_n = 2011$;
 - (3) 在 $a_1 = 4$ 的 E 数列 A_n 中, 求使得 $S(A_n) = 0$ 成立的 n 的最小值.