# 2011 普通高等学校招生考试 (大纲卷文)

## 一、选择题

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U(M\cap N) =$ ( )

   (A) $\{1, 2\}$　(B) $\{2, 3\}$　(C) $\{2, 4\}$　(D) $\{1, 4\}$

2. 函数 $y = 2\sqrt{x}\ (x \geqslant 0)$ 的反函数为 ( )

   (A) $y = \dfrac{x^2}{4}\ (x \in \mathbf{R})$　(B) $y = \dfrac{x^2}{4}\ (x \geqslant 0)$

   (C) $y = 4x^2\ (x \in \mathbf{R})$　(D) $y = 4x^2\ (x \geqslant 0)$

3. 设向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}| = 1$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = -\dfrac{1}{2}$, 则 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}| =$ ( )

   (A) $\sqrt{2}$　(B) $\sqrt{3}$　(C) $\sqrt{5}$　(D) $\sqrt{7}$

4. 若变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leqslant 6, \\ x-3y \leqslant -2, \\ x \geqslant 1, \end{cases}$ 则 $z=2x+3y$ 的最小值为 ( )

   (A) 17　(B) 14　(C) 5　(D) 3

5. 下面四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ( )

   (A) $a > b+1$　(B) $a > b-1$　(C) $a^2 > b^2$　(D) $a^3 > b^3$

6. 设 $S_n$ 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$, $S_{k+2} - S_k = 24$, 则 $k =$ ( )

   (A) 8　(B) 7　(C) 6　(D) 5

7. 设函数 $f(x) = \cos\omega x\ (\omega > 0)$, 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 所得的图象与原图象重合, 则 $\omega$ 的最小值等于 ( )

   (A) $\dfrac{1}{3}$　(B) 3　(C) 6　(D) 9

8. 已知直二面角 $\alpha - l - \beta$, 点 $A \in \alpha$, $AC \perp l$, $C$ 为垂足, 点 $B \in \beta$, $BD \perp l$, $D$ 为垂足. 若 $AB = 2$, $AC = BD = 1$, 则 $CD =$ ( )

   (A) 2　(B) $\sqrt{3}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) 1

9. 4 位同学每人从甲、乙、丙 3 门课程中选修 1 门, 则恰有 2 人选修课程甲的不同选法共有 ( )

   (A) 12 种　(B) 24 种　(C) 30 种　(D) 36 种

10. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数, 当 $0 \leqslant x \leqslant 1$ 时, $f(x) = 2x(1-x)$, 则 $f\left(-\dfrac{5}{2}\right) =$ ( )

    (A) $-\dfrac{1}{2}$　(B) $-\dfrac{1}{4}$　(C) $\dfrac{1}{4}$　(D) $\dfrac{1}{2}$

11. 设两圆 $C_1$、$C_2$ 都和两坐标轴相切, 且都过点 $(4,1)$, 则两圆心的距离 $|C_1C_2| =$ ( )

    (A) 4　(B) $4\sqrt{2}$　(C) 8　(D) $8\sqrt{2}$

12. 已知平面 $\alpha$ 截一球面得圆 $M$, 过圆心 $M$ 且与 $\alpha$ 成 $60^\circ$ 二面角的平面 $\beta$ 截该球面得圆 $N$. 若该球面的半径为 4, 圆 $M$ 的面积为 $4\pi$, 则圆 $N$ 的面积为 ( )

    (A) $7\pi$　(B) $9\pi$　(C) $11\pi$　(D) $13\pi$

## 二、填空题

13. $(1-x)^{10}$ 的二项展开式中, $x$ 的系数与 $x^9$ 的系数之差为______.

14. 已知 $\alpha \in \left(\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right)$, $\tan\alpha = 2$, 则 $\cos\alpha =$______.

15. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $E$ 为 $C_1D_1$ 的中点, 则异面直线 $AE$ 与 $BC$ 所成角的余弦值为______.

16. 已知 $F_1$、$F_2$ 分别为双曲线 $C$: $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{27} = 1$ 的左、右焦点, 点 $A \in C$, 点 $M$ 的坐标为 $(2,0)$, $AM$ 为 $\angle F_1AF_2$ 的平分线. 则 $|AF_2| =$______.

## 三、解答题

17. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$, 已知 $a_2 = 6$, $6a_1 + a_3 = 30$, 求 $a_n$ 和 $S_n$.

18. $\triangle ABC$ 的内角 $A$, $B$, $C$ 的对边分别为 $a$, $b$, $c$. 已知 $a\sin A + c\sin C - \sqrt{2}a\sin C = b\sin B$.

    (1) 求 $B$;

    (2) 若 $A = 75^\circ$, $b = 2$, 求 $a$, $c$.

19. 根据以往统计资料, 某地车主购买甲种保险的概率为 0.5, 购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3. 设各车主购买保险相互独立.

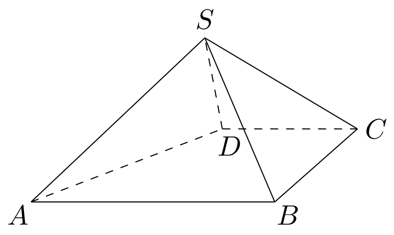
    (1) 求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率;

    (2) 求该地 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买的概率.

20. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, $AB /\!/ CD$, $BC \perp CD$, 侧面 $SAB$ 为等边三角形. $AB=BC=2$, $CD=SD=1$.

(1) 证明: $SD\perp$ 平面 $SAB$;

(2) 求 $AB$ 与平面 $SBC$ 所成角的大小.




21. 已知函数 $f(x)=x^3+3ax^2+(3-6a)x+12a-4$ $(a\in \mathbf{R})$.

(1) 证明: 曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线过点 $(2,2)$;

(2) 若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处取得极小值, $x_0\in(1,3)$, 求 $a$ 的取值范围.

22. 已知 $O$ 为坐标原点, $F$ 为椭圆 $C$: $x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$ 在 $y$ 轴正半轴上的焦点, 过 $F$ 且斜率为 $-\sqrt{2}$ 的直线 $l$ 与 $C$ 交于 $A$, $B$ 两点, 点 $P$ 满足 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\mathbf{0}$.

(1) 证明: 点 $P$ 在 $C$ 上;

(2) 设点 $P$ 关于点 $O$ 的对称点为 $Q$, 证明: $A$, $P$, $B$, $Q$ 四点在同一圆上.