

2011 普通高等学校招生考试 (山东卷文)

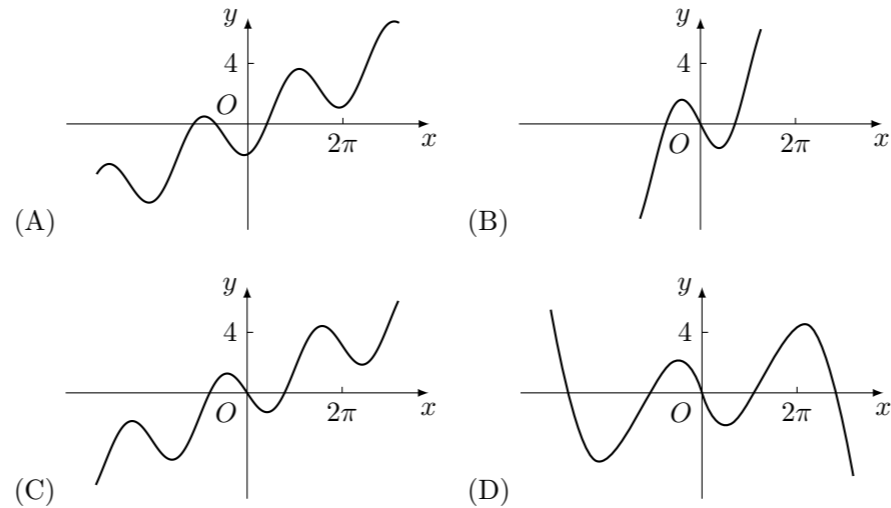
一、选择题

1. 设集合 $M = \{x | (x+3)(x-2) < 0\}$, $N = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $[1, 2)$ (B) $[1, 2]$ (C) $(2, 3]$ (D) $[2, 3]$
2. 复数 $z = \frac{2-i}{2+i}$ (i 为虚数单位) 在复平面内对应的点所在的象限为 ()
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
3. 若点 $(a, 9)$ 在函数 $y = 3^x$ 的图象上, 则 $\tan \frac{a\pi}{6}$ 的值为 ()
 (A) 0 (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) 1 (D) $\sqrt{3}$
4. 曲线 $y = x^3 + 11$ 在点 $P(1, 12)$ 处的切线与 y 轴交点的纵坐标是 ()
 (A) -9 (B) -3 (C) 9 (D) 15
5. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 命题“若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否命题是 ()
 (A) 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
 (B) 若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
 (C) 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$
 (D) 若 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$, 则 $a+b+c=3$
6. 若函数 $f(x) = \sin \omega x$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增, 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减, 则 $\omega =$ ()
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3
7. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-5 \leq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x+3y+1$ 的最大值为 ()
 (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8.5
8. 某产品的广告费用 x 与销售额 y 的统计数据如下表:

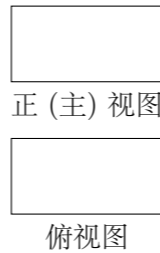
广告费用 x (万元)	4	2	3	5
销售额 y (万元)	49	26	39	54

 根据上表可得回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中的 \hat{b} 为 9.4, 据此模型预报广告费用为 6 万元时销售额为 ()
 (A) 63.6 万元 (B) 65.5 万元 (C) 67.7 万元 (D) 72.0 万元
9. 设 $M(x_0, y_0)$ 为抛物线 $C: x^2 = 8y$ 上一点, F 为抛物线 C 的焦点, 以 F 为圆心、 $|FM|$ 为半径的圆和抛物线 C 的准线相交, 则 y_0 的取值范围是 ()
 (A) $(0, 2)$ (B) $[0, 2]$ (C) $(2, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$

10. 函数 $y = \frac{x}{2} - 2 \sin x$ 的图象大致是 ()



11. 如图是长和宽分别相等的两个矩形. 给定下列三个命题: ① 存在三棱柱, 其正(主)视图、俯视图如图; ② 存在四棱柱, 其正(主)视图、俯视图如图; ③ 存在圆柱, 其正(主)视图、俯视图如图. 其中真命题的个数是 ()



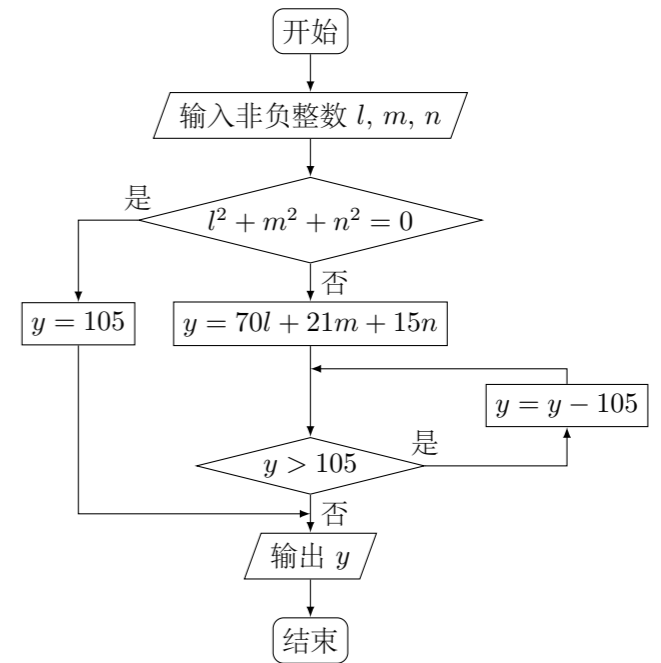
- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

12. 设 A_1, A_2, A_3, A_4 是平面直角坐标系中两两不同的四点, 若 $\overrightarrow{A_1A_3} = \lambda \overrightarrow{A_1A_2}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), $\overrightarrow{A_1A_4} = \mu \overrightarrow{A_1A_2}$ ($\mu \in \mathbf{R}$), 且 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$, 则称 A_3, A_4 调和分割 A_1, A_2 . 已知点 $C(c, 0), D(d, 0)$ ($c, d \in \mathbf{R}$) 调和分割点 $A(0, 0), B(1, 0)$, 则下面说法正确的是 ()

- (A) C 可能是线段 AB 的中点
 (B) D 可能是线段 AB 的中点
 (C) C, D 可能同时在线段 AB 上
 (D) C, D 不可能同时在线段 AB 的延长线上

二、填空题

13. 某高校甲、乙、丙、丁四个专业分别有 150、150、400、300 名学生, 为了解学生的就业倾向, 用分层抽样的方法从该校这四个专业共抽取 40 名学生进行调查, 应在丙专业抽取的学生人数为_____.
14. 执行如图所示的程序框图, 输入 $l = 2, m = 3, n = 5$, 则输出的 y 的值是_____.



15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 和椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 有相同的焦点, 且双曲线的离心率是椭圆离心率的两倍, 则双曲线的方程为_____.
16. 已知函数 $f(x) = \log_a x + x - b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$). 当 $2 < a < 3 < b < 4$ 时, 函数 $f(x)$ 的零点 $x_0 \in (n, n+1)$, $n \in \mathbf{N}^*$, 则 $n =$ _____.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\cos A - 2 \cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$.
 (1) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值;
 (2) 若 $\cos B = \frac{1}{4}$, $\triangle ABC$ 的周长为 5, 求 b 的长.

18. 甲、乙两校各有 3 名教师报名支教, 其中甲校 2 男 1 女, 乙校 1 男 2 女.
- (1) 若从甲校和乙校报名的教师中各任选 1 名, 写出所有可能的结果, 并求选出的 2 名教师性别相同的概率;
- (2) 若从报名的 6 名教师中任选 2 名, 写出所有可能的结果, 并求选出的 2 名教师来自同一学校的概率.

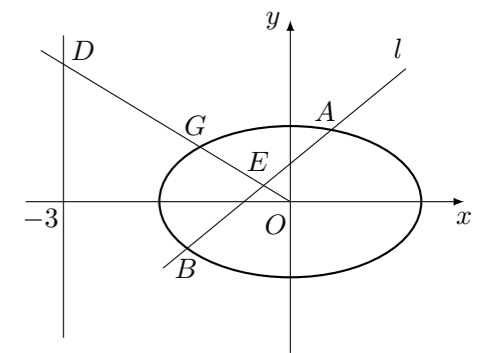
20. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2, a_3 分别是下表第一、二、三行中的某一个数, 且 a_1, a_2, a_3 中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

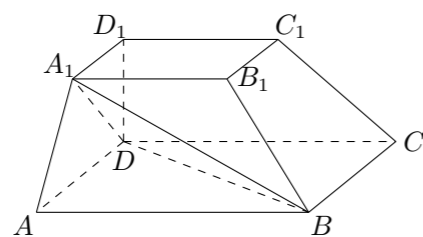
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = a_n + (-1)^n \ln a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} .

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$. 如图所示, 斜率为 k ($k > 0$) 且不过原点的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 E , 射线 OE 交椭圆 C 于点 G , 交直线 $x = -3$ 于点 $D(-3, m)$.

- (1) 求 $m^2 + k^2$ 的最小值;
- (2) 若 $|OG|^2 = |OD| \cdot |OE|$,
- ① 求证: 直线 l 过定点;
- ② 试问点 B, G 能否关于 x 轴对称? 若能, 求出此时 $\triangle ABG$ 的外接圆方程; 若不能, 请说明理由.



19. 如图, 在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $D_1D \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = 2AD$, $AD = A_1B_1$, $\angle BAD = 60^\circ$.
- (1) 证明: $AA_1 \perp BD$;
- (2) 证明: $CC_1 \parallel$ 平面 A_1BD .



21. 某企业拟建造如图所示的容器 (不计厚度, 长度单位: 米), 其中容器的中间为圆柱形, 左右两端均为半球形, 按照设计要求容器的容积为 $\frac{80\pi}{3}$ 立方米, 且 $l \geq 2r$. 假设该容器的建造费用仅与其表面积有关. 已知圆柱形部分每平方米建造费用为 3 千元, 半球形部分每平方米建造费用为 c ($c > 3$) 千元. 设该容器的建造费用为 y 千元.

- (1) 写出 y 关于 r 的函数表达式, 并求该函数的定义域;
- (2) 求该容器的建造费用最小时的 r .

