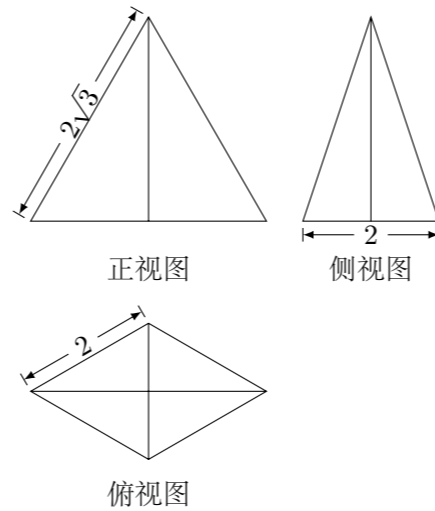


2011 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

一、选择题

1. 设复数  $z$  满足  $iz = 1$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z =$  ( )  
 (A)  $-i$  (B)  $i$  (C)  $-1$  (D)  $1$
2. 已知集合  $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x + y = 1\}$ , 则  $A \cap B$  的元素个数为 ( )  
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
3. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 0)$ ,  $\mathbf{c} = (3, 4)$ . 若  $\lambda$  为实数,  $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$ , 则  $\lambda =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) 2
4. 函数  $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$  的定义域是 ( )  
 (A)  $(-\infty, -1)$  (B)  $(1, +\infty)$   
 (C)  $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$  (D)  $(-\infty, +\infty)$
5. 不等式  $2x^2 - x - 1 > 0$  的解集是 ( )  
 (A)  $(-\frac{1}{2}, 1)$  (B)  $(1, +\infty)$   
 (C)  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  (D)  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$
6. 已知平面直角坐标系  $xOy$  上的区域  $D$  由不等式组  $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2}, \\ y \leq 2, \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$  给定. 若  $M(x, y)$  为  $D$  上的动点, 点  $A$  的坐标为  $(\sqrt{2}, 1)$ , 则  $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$  的最大值为 ( )  
 (A) 3 (B) 4 (C)  $3\sqrt{2}$  (D)  $4\sqrt{2}$
7. 正五棱柱中, 不同在任何侧面且不同在任何底面的两顶点的连线称为它的对角线, 那么一个正五棱柱对角线的条数共有 ( )  
 (A) 20 (B) 15 (C) 12 (D) 10
8. 设圆  $C$  与圆  $x^2 + (y-3)^2 = 1$  外切, 且与直线  $y = 0$  相切, 则  $C$  的圆心轨迹为 ( )  
 (A) 抛物线 (B) 双曲线 (C) 椭圆 (D) 圆
9. 如图, 某几何体的正视图 (主视图), 侧视图 (左视图) 和俯视图分别是等边三角形, 等腰三角形和菱形, 则该几何体的体积为 ( )



- (A)  $4\sqrt{3}$  (B) 4 (C)  $2\sqrt{3}$  (D) 2

10. 设  $f(x), g(x), h(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的任意实值函数. 如下定义两个函数  $(f \circ g)(x)$  和  $(f \bullet g)(x)$ : 对任意  $x \in \mathbf{R}$ ,  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ;  $(f \bullet g)(x) = f(x)g(x)$ , 则下列等式恒成立的是 ( )  
 (A)  $((f \circ g) \bullet h)(x) = ((f \bullet h) \circ (g \bullet h))(x)$   
 (B)  $((f \bullet g) \circ h)(x) = ((f \circ h) \bullet (g \circ h))(x)$   
 (C)  $((f \circ g) \circ h)(x) = ((f \circ h) \circ (g \circ h))(x)$   
 (D)  $((f \bullet g) \bullet h)(x) = ((f \bullet h) \bullet (g \bullet h))(x)$

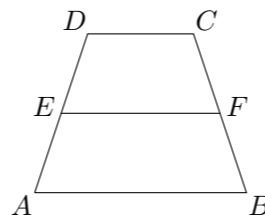
二、填空题

11. 已知  $\{a_n\}$  是递增的等比数列,  $a_2 = 2$ ,  $a_4 - a_3 = 4$ , 则此数列的公比  $q =$ \_\_\_\_\_.
12. 设函数  $f(x) = x^3 \cos x + 1$ . 若  $f(a) = 11$ , 则  $f(-a) =$ \_\_\_\_\_.
13. 为了解篮球爱好者小李的投篮命中率与打篮球时间之间的关系, 下表记录了小李某月 1 号到 5 号每天打篮球时间  $x$  (单位: 小时) 与当天投篮命中率  $y$  之间的关系:

时间 $x$	1	2	3	4	5
命中率 $y$	0.4	0.5	0.6	0.6	0.4

小李这 5 天的平均投篮命中率为\_\_\_\_\_; 用线性回归分析的方法, 预测小李该月 6 号打 6 小时篮球的投篮命中率为\_\_\_\_\_.

14. 已知两曲线参数方程分别为  $\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta, \\ y = \sin \theta, \end{cases} (0 \leq \theta < \pi)$  和  $\begin{cases} x = \frac{5}{4}t^2, \\ y = t, \end{cases} (t \in \mathbf{R})$ , 它们的交点坐标为\_\_\_\_\_.
15. 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 4$ ,  $CD = 2$ ,  $E, F$  分别为  $AD, BC$  上的点, 且  $EF = 3$ ,  $EF \parallel AB$ , 则梯形  $ABFE$  与梯形  $EFCD$  的面积比为\_\_\_\_\_.



三、解答题

16. 已知函数  $f(x) = 2 \sin(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6})$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .  
 (1) 求  $f(0)$  的值;  
 (2) 设  $\alpha, \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $f(3\alpha + \frac{\pi}{2}) = \frac{10}{13}$ ,  $f(3\beta + 2\pi) = \frac{6}{5}$ , 求  $\sin(\alpha + \beta)$  的值.

17. 在某次测验中, 有 6 位同学的平均成绩为 75 分. 用  $x_n$  表示编号为  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, 6$ ) 的同学所得成绩, 且前 5 位同学的成绩如下:

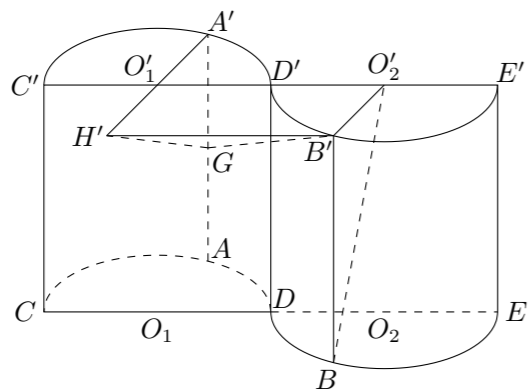
编号 $n$	1	2	3	4	5
成绩 $x_n$	70	76	72	70	72

- (1) 求第 6 位同学的成绩  $x_6$ , 及这 6 位同学成绩的标准差  $s$ ;
- (2) 从前 5 位同学中, 随机地选 2 位同学, 求恰有 1 位同学成绩在区间  $(68, 75)$  中的概率.

18. 如图所示的几何体是将高为 2, 底面半径为 1 的直圆柱沿过轴的平面切开后, 将其中一半沿切面向右水平平移后得到的.  $A, A', B, B'$  分别为  $\widehat{CD}, \widehat{C'D'}, \widehat{DE}, \widehat{D'E'}$  的中点,  $O_1, O'_1, O_2, O'_2$  分别为  $CD, C'D', DE, D'E'$  的中点.

(1) 证明:  $O'_1, A', O_2, B$  四点共面;

(2) 设  $G$  为  $AA'$  中点, 延长  $A'O'_1$  到  $H'$ , 使得  $O'_1H' = A'O'_1$ . 证明:  $BO'_2 \perp$  平面  $H'B'G$ .



20. 设  $b > 0$ , 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = b, a_n = \frac{nb_{a_{n-1}}}{a_{n-1} + n - 1} (n \geq 2)$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 证明: 对于一切正整数  $n, 2a_n \leq b^{n+1} + 1$ .

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: x = -2$  交  $x$  轴于点  $A$ . 设  $P$  是  $l$  上一点,  $M$  是线段  $OP$  的垂直平分线上一点, 且满足  $\angle MPO = \angle AOP$ .

(1) 当点  $P$  在  $l$  上运动时, 求点  $M$  的轨迹  $E$  的方程;

(2) 已知  $T(1, -1)$ , 设  $H$  是  $E$  上动点, 求  $|HO| + |HT|$  的最小值, 并给出此时点  $H$  的坐标;

(3) 过点  $T(1, -1)$  且不平行于  $y$  轴的直线  $l_1$  与轨迹  $E$  有且只有两个不同的交点, 求直线  $l_1$  的斜率  $k$  的取值范围.

19. 设  $a > 0$ , 讨论函数  $f(x) = \ln x + a(1-a)x^2 - 2(1-a)x$  的单调性.