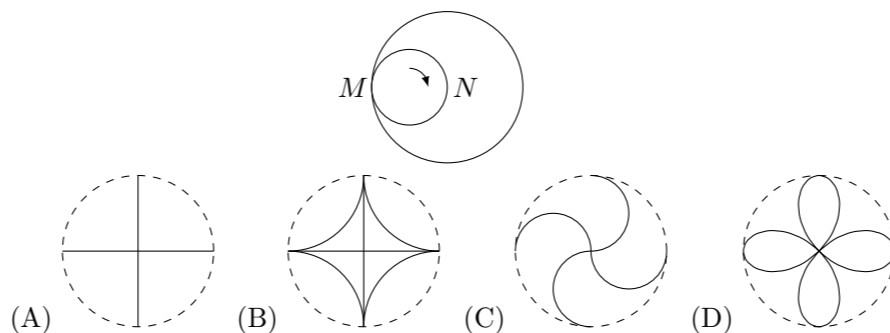


2011 普通高等学校招生考试 (江西卷理)

一、选择题

- 若 $z = \frac{1+2i}{i}$, 则复数 $\bar{z} =$ ()
 (A) $-2-i$ (B) $-2+i$ (C) $2-i$ (D) $2+i$
- 若集合 $A = \{x | -1 \leq 2x+1 \leq 3\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x-2}{x} \leq 0\right\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $\{x | -1 \leq x < 0\}$ (B) $\{x | 0 < x \leq 1\}$
 (C) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$
- 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$, 则 $f(x)$ 定义域为 ()
 (A) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right]$ (C) $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (D) $(0, +\infty)$
- 若 $f(x) = x^2 - 2x - 4 \ln x$, 则 $f'(x) > 0$ 的解集为 ()
 (A) $(0, +\infty)$ (B) $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$
 (C) $(2, +\infty)$ (D) $(-1, 0)$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足: $S_n + S_m = S_{n+m}$, 且 $a_1 = 1$, 那么 $a_{10} =$ ()
 (A) 1 (B) 9 (C) 10 (D) 55
- 变量 X 与 Y 相对应的一组数据为 $(10, 1), (11.3, 2), (11.8, 3), (12.5, 4), (13, 5)$; 变量 U 与 V 相对应的一组数据为 $(10, 5), (11.3, 4), (11.8, 3), (12.5, 2), (13, 1)$. r_1 表示变量 Y 与 X 之间的线性相关系数, r_2 表示变量 V 与 U 之间的线性相关系数, 则 ()
 (A) $r_2 < r_1 < 0$ (B) $0 < r_2 < r_1$ (C) $r_2 < 0 < r_1$ (D) $r_2 = r_1$
- 观察下列各式: $5^5 = 3125, 5^6 = 15625, 5^7 = 78125, \dots$, 则 5^{2011} 的末四位数字为 ()
 (A) 3125 (B) 5625 (C) 0625 (D) 8125
- 已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是三个相互平行的平面, 平面 α_1, α_2 之间的距离为 d_1 , 平面 α_2, α_3 之间的距离为 d_2 . 直线 l 与 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 分别交于 P_1, P_2, P_3 . 那么“ $P_1P_2 = P_2P_3$ ”是“ $d_1 = d_2$ ”的 ()
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 若曲线 $C_1: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 与曲线 $C_2: y(y - mx - m) = 0$ 有四个不同的交点, 则实数 m 的取值范围是 ()
 (A) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ (B) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
 (C) $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ (D) $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

- 如图, 一个直径为 1 的小圆沿着直径为 2 的大圆内壁逆时针方向滚动, M 和 N 是小圆的一条固定直径的两个端点. 那么, 当小圆这样滚过大圆内壁一周, 点 M, N 在大圆内所绘出的图形大致是 ()



二、填空题

- 已知 $|a| = |b| = 2$, $(a+2b) \cdot (a-b) = -2$, 则 a 与 b 的夹角为_____.
 - 小波通过做游戏的方式来确定周末活动, 他随机地往单位圆内投掷一点, 若此点到圆心的距离大于 $\frac{1}{2}$, 则周末去看电影; 若此点到圆心的距离小于 $\frac{1}{4}$, 则去打篮球; 否则, 在家看书. 则小波周末不在家看书的概率为_____.
 - 下图是某算法程序框图, 则程序运行后输出的结果是_____.
- ```

 graph TD
 Start([开始]) --> Init[s = 0, n = 1]
 Init --> Process[s = s + (-1)^n + n]
 Process --> Decision{s > 9}
 Decision -- 是 --> Output[输出 s]
 Output --> End([结束])
 Decision -- 否 --> Increment[n = n + 1]
 Increment --> Process

```
- 若椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的焦点在  $x$  轴上, 过点  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$  作圆  $x^2 + y^2 = 1$  的切线, 切点分别为  $A, B$ , 直线  $AB$  恰好经过椭圆的右焦点和上顶点, 则椭圆方程是\_\_\_\_\_.
  - 二选一.  
**[A]** 若曲线的极坐标方程为  $\rho = 2 \sin \theta + 4 \cos \theta$ , 以极点为原点, 极轴为  $x$  轴正半轴建立直角坐标系, 则该曲线的直角坐标方程为\_\_\_\_\_.  
**[B]** 对于实数  $x, y$ , 若  $|x-1| \leq 1, |y-2| \leq 1$ , 则  $|x-2y+1|$  的最大值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

- 某饮料公司招聘一名员工, 现对其进行一项测试, 以便确定工资级别. 公司准备了两种不同的饮料共 8 杯, 其颜色完全相同, 并且其中 4 杯为  $A$  饮料, 另外 4 杯为  $B$  饮料, 公司要求此员工一一品尝后, 从 8 杯饮料中选出 4 杯  $A$  饮料. 若 4 杯都选对, 则月工资定为 3500 元; 若 4 杯选对 3 杯, 则月工资定为 2800 元; 否则月工资定为 2100 元. 令  $X$  表示此人选对  $A$  饮料的杯数. 假设此人对  $A$  和  $B$  两种饮料没有鉴别能力.  
 (1) 求  $X$  的分布列;  
 (2) 求此员工月工资的期望.

- 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 已知  $\sin C + \cos C = 1 - \sin \frac{C}{2}$ .  
 (1) 求  $\sin C$  的值;  
 (2) 若  $a^2 + b^2 = 4(a+b) - 8$ , 求边  $c$  的值.

19. 设  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2ax$ .

(1) 若  $f(x)$  在  $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$  上存在单调递增区间, 求  $a$  的取值范围;

(2) 当  $0 < a < 2$  时,  $f(x)$  在  $[1, 4]$  上的最小值为  $-\frac{16}{3}$ , 求  $f(x)$  在该区间上的最大值.

20.  $P(x_0, y_0)$  ( $x_0 \neq \pm a$ ) 是双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 上一点,  $M, N$  分别是双曲线  $E$  的左、右顶点, 直线  $PM, PN$  的斜率之积为  $\frac{1}{5}$ .

(1) 求双曲线的离心率;

(2) 过双曲线  $E$  的右焦点且斜率为 1 的直线交双曲线于  $A, B$  两点,  $O$  为坐标原点,  $C$  为双曲线上的一点, 满足  $\overrightarrow{OC} = \lambda\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ , 求  $\lambda$  的值.

21. (1) 如图, 对于任一给定的四面体  $A_1A_2A_3A_4$ , 找出依次排列的四个相互平行的平面  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , 使得  $A_i \in \alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 且其中每相邻两个平面间的距离都相等;

(2) 给定依次排列的四个相互平行的平面  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , 其中每相邻两个平面间的距离都为 1, 若一个正四面体  $A_1A_2A_3A_4$  的四个顶点满足:  $A_i \in \alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 求该正四面体  $A_1A_2A_3A_4$  的体积.

