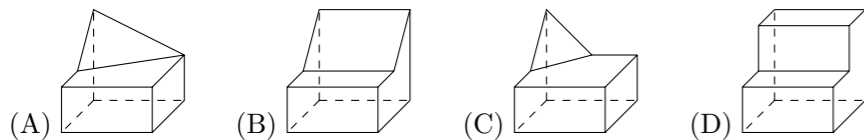
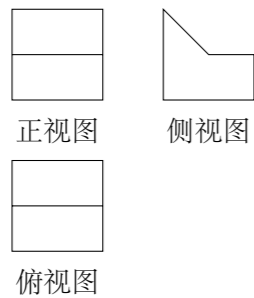


# 2011 普通高等学校招生考试 (浙江卷文)

## 一、选择题

- 若  $P = \{x | x < 1\}$ ,  $Q = \{x | x > -1\}$ , 则 ( )  
 (A)  $P \subseteq Q$  (B)  $Q \subseteq P$  (C)  $\complement_{\mathbf{R}}P \subseteq Q$  (D)  $Q \subseteq \complement_{\mathbf{R}}P$
- 若复数  $z = 1 + i$ ,  $i$  为虚数单位, 则  $(1 + z) \cdot z =$  ( )  
 (A)  $1 + 3i$  (B)  $3 + 3i$  (C)  $3 - i$  (D)  $3$
- 若实数  $x, y$  满足不等式组  $\begin{cases} x + 2y - 5 \geq 0, \\ 2x + y - 7 \geq 0, \\ x \geq 0, y \geq 0, \end{cases}$  则  $3x + 4y$  的最小值是 ( )  
 (A) 13 (B) 15 (C) 20 (D) 28
- 若直线  $l$  不平行于平面  $\alpha$ , 且  $l \not\subset \alpha$ , 则 ( )  
 (A)  $\alpha$  内的所有直线与  $l$  异面 (B)  $\alpha$  内不存在与  $l$  平行的直线  
 (C)  $\alpha$  内存在唯一的直线与  $l$  平行 (D)  $\alpha$  内的直线与  $l$  都相交
- 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 若  $a \cos A = b \sin B$ , 则  $\sin A \cos A + \cos^2 B =$  ( )  
 (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-1$  (D)  $1$
- 若  $a, b$  为实数, 则“ $0 < ab < 1$ ”是“ $b < \frac{1}{a}$ ”的 ( )  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 若某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的直观图可以是 ( )

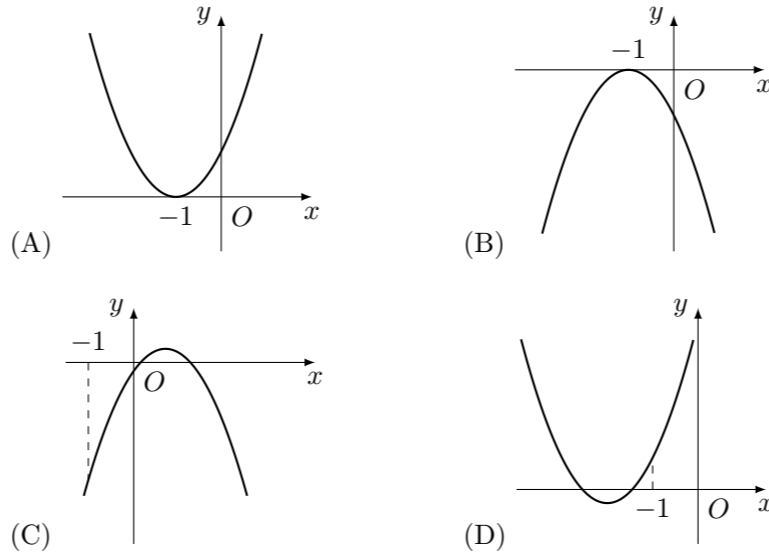


- 从装有 3 个红球、2 个白球的袋中任取 3 个球, 则所取的 3 个球中至少有 1 个白球的概率是 ( )  
 (A)  $\frac{1}{10}$  (B)  $\frac{3}{10}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{9}{10}$

9. 已知椭圆  $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  与双曲线  $C_2: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  有公共的焦点,  $C_2$  的一条渐近线与以  $C_1$  的长轴为直径的圆相交于  $A, B$  两点. 若  $C_1$  恰好将线段  $AB$  三等分, 则 ( )

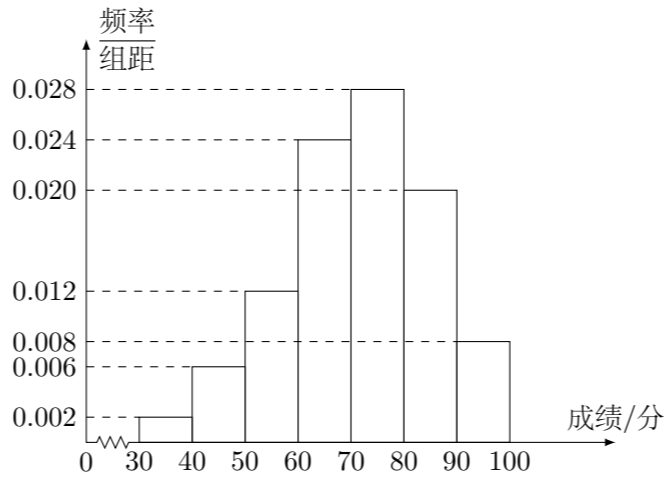
- (A)  $a^2 = \frac{13}{2}$  (B)  $a^2 = 13$  (C)  $b^2 = \frac{1}{2}$  (D)  $b^2 = 2$

10. 设函数  $f(x) = ax^2 + bx + c (a, b, c \in \mathbf{R})$ . 若  $x = -1$  为函数  $y = f(x)e^x$  的一个极值点, 则下列图象不可能为  $y = f(x)$  图象的是 ( )

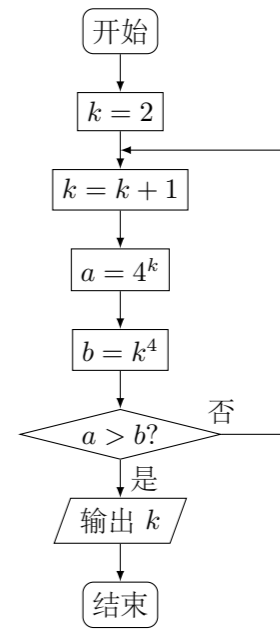


## 二、填空题

- 设函数  $f(x) = \frac{4}{1-x}$ . 若  $f(a) = 2$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
- 若直线  $x - 2y + 5 = 0$  与直线  $2x + my - 6 = 0$  互相垂直, 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.
- 某小学为了解学生数学课程的学习情况, 在 3000 名学生中随机抽取 200 名, 并统计这 200 名学生的某次数学考试成绩, 得到了样本的频率分布直方图 (如图). 根据频率分布直方图, 3000 名学生在该次数学考试中成绩小于 60 分的学生数是\_\_\_\_\_.



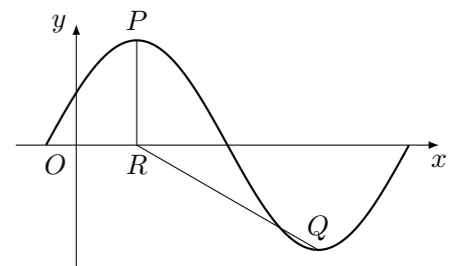
14. 某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的  $k$  的值是\_\_\_\_\_.



- 若平面向量  $\alpha, \beta$  满足  $|\alpha| = 1, |\beta| \leq 1$ , 且以向量  $\alpha, \beta$  为邻边的平行四边形的面积为  $\frac{1}{2}$ , 则  $\alpha$  和  $\beta$  的夹角  $\theta$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 若实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 + xy = 1$ , 则  $x + y$  的最大值是\_\_\_\_\_.
- 若数列  $\left\{ n(n+4) \left(\frac{2}{3}\right)^n \right\}$  中的最大项是第  $k$  项, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

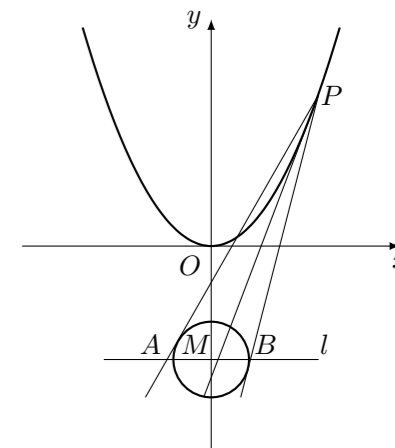
- 已知函数  $f(x) = A \sin\left(\frac{\pi}{3}x + \varphi\right), x \in \mathbf{R}, A > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ .  $y = f(x)$  的部分图象如图所示,  $P, Q$  分别为该图象的最高点和最低点, 点  $P$  的坐标为  $(1, A)$ .  
 (1) 求  $f(x)$  的最小正周期及  $\varphi$  的值;  
 (2) 若点  $R$  的坐标为  $(1, 0)$ ,  $\angle PRQ = \frac{2\pi}{3}$ , 求  $A$  的值.



19. 已知公差不为 0 的等差数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1$  为  $a$  ( $a \in \mathbf{R}$ ), 且  $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$  成等比数列.
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 对  $n \in \mathbf{N}^*$ , 试比较  $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_2^3} + \cdots + \frac{1}{a_2^n}$  与  $\frac{1}{a_1}$  的大小.

21. 设函数  $f(x) = a^2 \ln x - x^2 + ax, a > 0$ .
- (1) 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 求所有实数  $a$ , 使  $e - 1 \leq f(x) \leq e^2$  对  $x \in [1, e]$  恒成立.
- 注:  $e$  为自然对数的底数.

22. 如图, 设  $P$  为抛物线  $C_1: x^2 = y$  上的动点, 过点  $P$  做圆  $C_2: x^2 + (y + 3)^2 = 1$  的两条切线, 交直线  $l: y = -3$  于  $A, B$  两点.
- (1) 求  $C_2$  的圆心  $M$  到抛物线  $C_1$  准线的距离.
- (2) 是否存在点  $P$ , 使线段  $AB$  被抛物线  $C_1$  在点  $P$  处的切线平分, 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



20. 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,  $PO \perp$  平面  $ABC$ , 垂足  $O$  落在线段  $AD$  上.
- (1) 证明:  $AP \perp BC$ ;
- (2) 已知  $BC = 8, PO = 4, AO = 3, OD = 2$ . 求二面角  $B-AP-C$  的大小.

