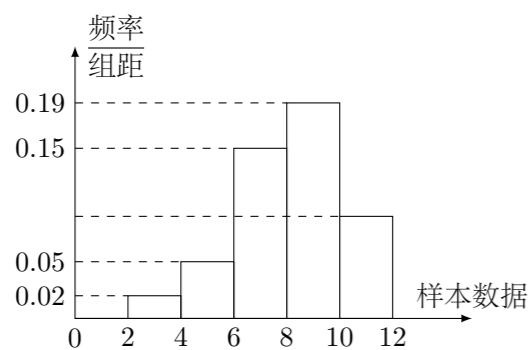


2011 普通高等学校招生考试 (湖北卷文)

一、选择题

- 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()
 (A) $\{6, 8\}$ (B) $\{5, 7\}$
 (C) $\{4, 6, 7\}$ (D) $\{1, 3, 5, 6, 8\}$
- 若向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, -1)$, 则 $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的夹角等于 ()
 (A) $-\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$
- 若定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 和奇函数 $g(x)$ 满足 $f(x) + g(x) = e^x$, 则 $g(x) =$ ()
 (A) $e^x - e^{-x}$ (B) $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ (C) $\frac{1}{2}(e^{-x} - e^x)$ (D) $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$
- 将两个顶点在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上, 另一个顶点是此抛物线焦点的正三角形个数记为 n , 则 ()
 (A) $n = 0$ (B) $n = 1$ (C) $n = 2$ (D) $n \geq 3$
- 有一个容量为 200 的样本, 其频率分布直方图如图所示, 根据样本的频率分布直方图估计, 样本数据落在区间 $[10, 12)$ 内的频数为 ()



- (A) 18 (B) 36 (C) 54 (D) 72
- 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x$, $x \in \mathbf{R}$. 若 $f(x) \geq 1$, 则 x 的取值范围为 ()
 (A) $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{\pi}{3} \leq x \leq 2k\pi + \pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (B) $\left\{x \mid k\pi + \frac{\pi}{3} \leq x \leq k\pi + \pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (C) $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (D) $\left\{x \mid k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x \leq k\pi + \frac{5\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 - 设球的体积为 V_1 , 它的内接正方体的体积为 V_2 , 下列说法中最合适的是 ()
 (A) V_1 比 V_2 大约多一半 (B) V_1 比 V_2 大约多两倍半
 (C) V_1 比 V_2 大约多一倍 (D) V_1 比 V_2 大约多一倍半

- 直线 $2x + y - 10 = 0$ 与不等式组 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x - y \geq -2, \\ 4x + 3y \leq 20 \end{cases}$ 表示的平面区域的公共点有 ()
 (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 无数个

- 《九章算术》“竹九节”问题: 现有一根 9 节的竹子, 自上而下各节的容积成等差数列, 上面 4 节的容积共 3 升, 下面 3 节的容积共 4 升, 则第 5 节的容积为 ()
 (A) 1 升 (B) $\frac{67}{66}$ 升 (C) $\frac{47}{44}$ 升 (D) $\frac{37}{33}$ 升
- 若实数 a, b 满足 $a \geq 0, b \geq 0$, 且 $ab = 0$, 则称 a 与 b 互补. 记 $\varphi(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$, 那么 $\varphi(a, b) = 0$ 是 a 与 b 互补的 ()
 (A) 必要而不充分条件 (B) 充分而不必要条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

二、填空题

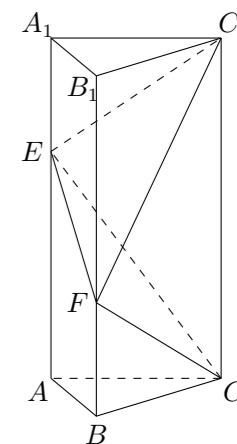
- 某市有大型超市 200 家、中型超市 400 家、小型超市 1400 家. 为掌握各类超市的营业情况, 现按分层抽样方法抽取一个容量为 100 的样本, 应抽取中型超市_____家.
- $\left(x - \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$ 的展开式中含 x^{15} 的项的系数为_____. (结果用数值表示)
- 在 30 瓶饮料中, 有 3 瓶已过了保质期. 从这 30 瓶饮料中任取 2 瓶, 则至少取到 1 瓶已过保质期饮料的概率为_____. (结果用最简分数表示)
- 过点 $(-1, -2)$ 的直线 l 被圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 截得的弦长为 $\sqrt{2}$, 则直线 l 的斜率为_____.
- 里氏震级 M 的计算公式为: $M = \lg A - \lg A_0$, 其中 A 是测震仪记录的地震曲线的最大振幅, A_0 是相应的标准地震的振幅. 假设在一次地震中, 测震仪记录的最大振幅是 1000, 此时标准地震的振幅为 0.001, 则此次地震的震级为_____级; 9 级地震的最大的振幅是 5 级地震最大振幅的_____倍.

三、解答题

- 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $a = 1, b = 2, \cos C = \frac{1}{4}$.
 (1) 求 $\triangle ABC$ 的周长;
 (2) 求 $\cos(A - C)$ 的值.

- 成等差数列的三个正数的和等于 15, 并且这三个数分别加上 2, 5, 13 后成为等比数列 $\{b_n\}$ 中的 b_3, b_4, b_5 .
 (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (2) 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: 数列 $\left\{S_n + \frac{5}{4}\right\}$ 是等比数列.

- 如图, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2, 侧棱长为 $3\sqrt{2}$, 点 E 在侧棱 AA_1 上, 点 F 在侧棱 BB_1 上, 且 $AE = 2\sqrt{2}, BF = \sqrt{2}$.
 (1) 求证: $CF \perp C_1E$;
 (2) 求二面角 $E - CF - C_1$ 的大小.



19. 提高过江大桥的车辆通行能力可改善整个城市的交通状况. 在一般情况下, 大桥上的车流速度 v (单位: 千米/小时) 是车流密度 x (单位: 辆/千米) 的函数. 当桥上的车流密度达到 200 辆/千米时, 造成堵塞, 此时车流速度为 0; 当车流密度不超过 20 辆/千米时, 车流速度为 60 千米/小时. 研究表明: 当 $20 \leq x \leq 200$ 时, 车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数.
- (1) 当 $0 \leq x \leq 200$ 时, 求函数 $v(x)$ 的表达式;
- (2) 当车流密度 x 为多大时, 车流量 (单位时间内通过桥上某观测点的车辆数, 单位: 辆/小时) $f(x) = x \cdot v(x)$ 可以达到最大, 并求出最大值. (精确到 1 辆/小时)
20. 设函数 $f(x) = x^3 + 2ax^2 + bx + a$, $g(x) = x^2 - 3x + 2$, 其中 $x \in \mathbf{R}$, a, b 为常数, 已知曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在点 $(2, 0)$ 处有相同的切线 l .
- (1) 求 a, b 的值, 并写出切线 l 的方程;
- (2) 若方程 $f(x) + g(x) = mx$ 有三个互不相同的实根 $0, x_1, x_2$, 其中 $x_1 < x_2$, 且对任意的 $x \in [x_1, x_2]$, $f(x) + g(x) < m(x - 1)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.
21. 平面内与两定点 $A_1(-a, 0), A_2(a, 0)$ ($a > 0$) 连线的斜率之积等于非零常数 m 的点的轨迹, 加上 A_1, A_2 两点所成的曲线 C 可以是圆、椭圆或双曲线.
- (1) 求曲线 C 的方程, 并讨论 C 的形状与 m 值的关系;
- (2) 当 $m = -1$ 时, 对应的曲线为 C_1 ; 对给定的 $m \in (-1, 0) \cup (0, +\infty)$, 对应的曲线为 C_2 . 设 F_1, F_2 是 C_2 的两个焦点. 试问: 在 C_1 上, 是否存在点 N , 使得 $\triangle F_1NF_2$ 的面积 $S = |m|a^2$? 若存在, 求 $\tan \angle F_1NF_2$ 的值; 若不存在, 请说明理由.