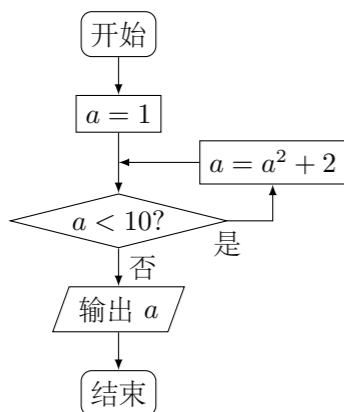


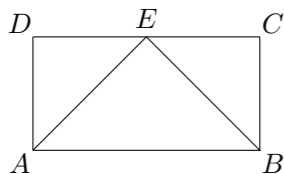
## 2011 普通高等学校招生考试 (福建卷文)

### 一、选择题

1. 若集合  $M = \{-1, 0, 1\}$ ,  $N = \{0, 1, 2\}$ , 则  $M \cap N$  等于 ( )  
 (A)  $\{0, 1\}$  (B)  $\{-1, 0, 1\}$  (C)  $\{0, 1, 2\}$  (D)  $\{-1, 0, 1, 2\}$
2.  $i$  是虚数单位,  $1 + i^3$  等于 ( )  
 (A)  $i$  (B)  $-i$  (C)  $1 + i$  (D)  $1 - i$
3. 若  $a \in \mathbf{R}$ , 则“ $a = 1$ ”是“ $|a| = 1$ ”的 ( )  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
4. 某校选修乒乓球课程的学生中, 高一年级有 30 名, 高二年级有 40 名. 现用分层抽样的方法在这 70 名学生中抽取一个样本, 已知在高一年级的学生中抽取了 6 名, 则在高二年级的学生中应抽取的人数为 ( )  
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12
5. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的结果是 ( )



- (A) 3 (B) 11 (C) 38 (D) 123
6. 若关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(-1, 1)$  (B)  $(-2, 2)$   
 (C)  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$  (D)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
  7. 如图, 矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  为边  $CD$  的中点, 若在矩形  $ABCD$  内部随机取一个点  $Q$ , 则点  $Q$  取自  $\triangle ABE$  内部的概率等于 ( )



- (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{2}{3}$

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x > 0, \\ x+1, & x \leq 0, \end{cases}$  若  $f(a) + f(1) = 0$ , 则实数  $a$  的值等于 ( )  
 (A)  $-3$  (B)  $-1$  (C)  $1$  (D)  $3$

9. 若  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 且  $\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha = \frac{1}{4}$ , 则  $\tan \alpha$  的值等于 ( )  
 (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (C)  $\sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{3}$

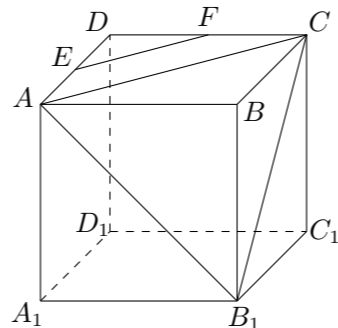
10. 若  $a > 0, b > 0$ , 且函数  $f(x) = 4x^3 - ax^2 - 2bx + 2$  在  $x = 1$  处有极值, 则  $ab$  的最大值等于 ( )  
 (A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9

11. 设圆锥曲线  $\Gamma$  的两个焦点分别为  $F_1, F_2$ . 若曲线  $\Gamma$  上存在点  $P$  满足  $|PF_1| : |F_1F_2| : |PF_2| = 4 : 3 : 2$ , 则曲线  $\Gamma$  的离心率等于 ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$  或  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  或 2 (C)  $\frac{1}{2}$  或 2 (D)  $\frac{2}{3}$  或  $\frac{3}{2}$

12. 在整数集  $\mathbf{Z}$  中, 被 5 除所得余数为  $k$  的所有整数组成一个“类”, 记为  $[k]$ , 即  $[k] = \{5n + k \mid n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, 4$ . 给出如下四个结论:  
 ①  $2011 \in [1]$ ;  
 ②  $-3 \in [3]$ ;  
 ③  $\mathbf{Z} = [0] \cup [1] \cup [2] \cup [3] \cup [4]$ ;  
 ④ “整数  $a, b$  属于同一‘类’”的充要条件是“ $a - b \in [0]$ ”.  
 其中, 正确结论的个数是 ( )  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

### 二、填空题

13. 若向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, 2)$ , 则  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  等于\_\_\_\_\_.
14. 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ ,  $BC = 2$ ,  $C = 60^\circ$ , 则边  $AB$  的长度等于\_\_\_\_\_.
15. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2$ , 点  $E$  为  $AD$  的中点, 点  $F$  在  $CD$  上, 若  $EF \parallel$  平面  $AB_1C$ , 则线段  $EF$  的长度等于\_\_\_\_\_.

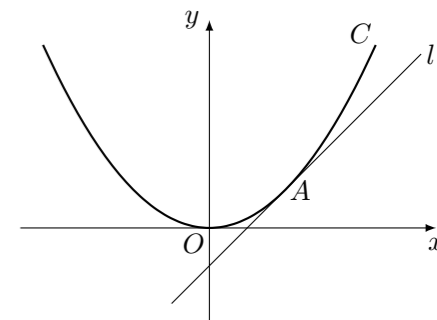


16. 商家通常依据“乐观系数准则”确定商品销售价格, 即根据商品的最低销售限价  $a$ , 最高销售限价  $b$  ( $b > a$ ) 以及实数  $x$  ( $0 < x < 1$ ) 确定实际销售价格  $c = a + x(b - a)$ . 这里,  $x$  被称为乐观系数. 经验表明, 最佳乐观系数  $x$  恰好使得  $(c - a)$  是  $(b - c)$  和  $(b - a)$  的等比中项. 据此可得, 最佳乐观系数  $x$  的值等于\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_3 = -3$ .  
 (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 若数列  $\{a_n\}$  的前  $k$  项和  $S_k = -35$ , 求  $k$  的值.

18. 如图, 直线  $l: y = x + b$  与抛物线  $C: x^2 = 4y$  相切于点  $A$ .  
 (1) 求实数  $b$  的值;  
 (2) 求以点  $A$  为圆心, 且与抛物线  $C$  的准线相切的圆的方程.



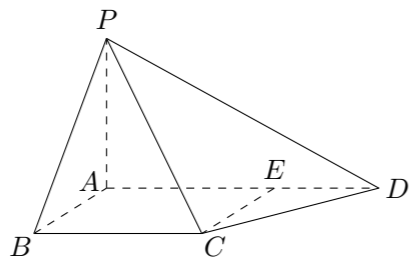
19. 某日用品按行业质量标准分成五个等级, 等级系数  $X$  依次为 1, 2, 3, 4, 5. 现从一批该日用品中随机抽取 20 件, 对其等级系数进行统计分析, 得到频率分布表如下:

$X$	1	2	3	4	5
$f$	$a$	0.2	0.45	$b$	$c$

- (1) 若所抽取的 20 件日用品中, 等级系数为 4 的恰有 3 件, 等级系数为 5 的恰有 2 件, 求  $a, b, c$  的值;  
 (2) 在 (1) 的条件下, 将等级系数为 4 的 3 件日用品记为  $x_1, x_2, x_3$ , 等级系数为 5 的 2 件日用品记为  $y_1, y_2$ , 现从  $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2$  这 5 件日用品中任取两件 (假定每件日用品被取出的可能性相同), 写出所有可能的结果, 并求这两件日用品的等级系数恰好相等的概率.

20. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB \perp AD$ , 点  $E$  在线段  $AD$  上, 且  $CE \parallel AB$ .

- (1) 求证:  $CE \perp$  平面  $PAD$ ;  
 (2) 若  $PA = AB = 1$ ,  $AD = 3$ ,  $CD = \sqrt{2}$ ,  $\angle CDA = 45^\circ$ , 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积.



21. 设函数  $f(\theta) = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ , 其中, 角  $\theta$  的顶点与坐标原点重合, 始边与  $x$  轴非负半轴重合, 终边经过点  $P(x, y)$ , 且  $0 \leq \theta \leq \pi$ .

(1) 若点  $P$  的坐标为  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ , 求  $f(\theta)$  的值;

(2) 若点  $P(x, y)$  为平面区域  $\Omega: \begin{cases} x+y \geq 1, \\ x \leq 1, \\ y \leq 1 \end{cases}$  上的一个动点, 试确定角  $\theta$  的取值范围, 并求函数  $f(\theta)$  的最小值和最大值.

22. 已知  $a, b$  为常数, 且  $a \neq 0$ , 函数  $f(x) = -ax + b + ax \ln x$ ,  $f(e) = 2$  ( $e = 2.71828 \dots$  是自然对数的底数).

(1) 求实数  $b$  的值;

(2) 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(3) 当  $a = 1$  时, 是否同时存在实数  $m$  和  $M$  ( $m < M$ ), 使得对每一个  $t \in [m, M]$ , 直线  $y = t$  与曲线  $y = f(x)$  ( $x \in [\frac{1}{e}, e]$ ) 都有公共点? 若存在, 求出最小的实数  $m$  和最大的实数  $M$ ; 若不存在, 说明理由.