2011 普通高等学校招生考试 (陕西卷理)

一、选择题

1. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 是向量, 命题"若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$, 则 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$"的逆命题是 ( )

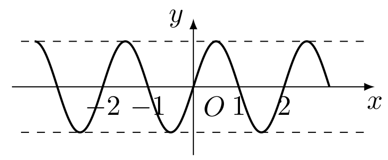
(A) 若 $\boldsymbol{a}\neq-\boldsymbol{b}$, 则 $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$ (B) 若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$, 则 $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$

(C) 若 $|\boldsymbol{a}|\neq|\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}\neq-\boldsymbol{b}$ (D) 若 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$

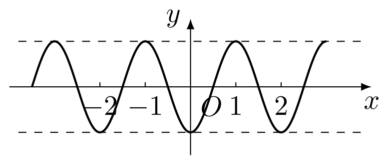
2. 设抛物线的顶点在原点, 准线方程为 $x=-2$, 则抛物线的方程是 ( )

(A) $y^2=-8x$ (B) $y^2=-4x$ (C) $y^2=8x$ (D) $y^2=4x$

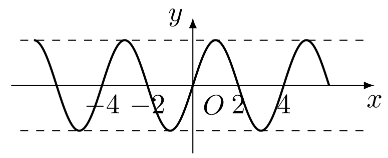
3. 设函数 $f(x)$ $(x\in\mathbf{R})$ 满足 $f(-x)=f(x)$, $f(x+2)=f(x)$, 则 $y=f(x)$ 的图象可能是 ( )



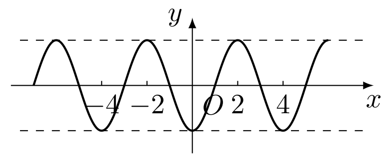
(A)



(B)



(C)

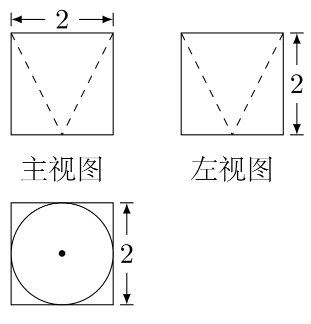


(D)

4. $(4^x-2^{-x})^6$ $(x\in\mathbf{R})$ 展开式中的常数项是 ( )

(A) -20 (B) -15 (C) 15 (D) 20

5. 某几何体的三视图如图所示, 则它的体积是 ( )



(A) $8-\frac{2\pi}{3}$ (B) $8-\frac{\pi}{3}$ (C) $8-2\pi$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

6. 函数 $f(x)=\sqrt{x}-\cos x$ 在 $[0,+\infty)$ 内 ( )

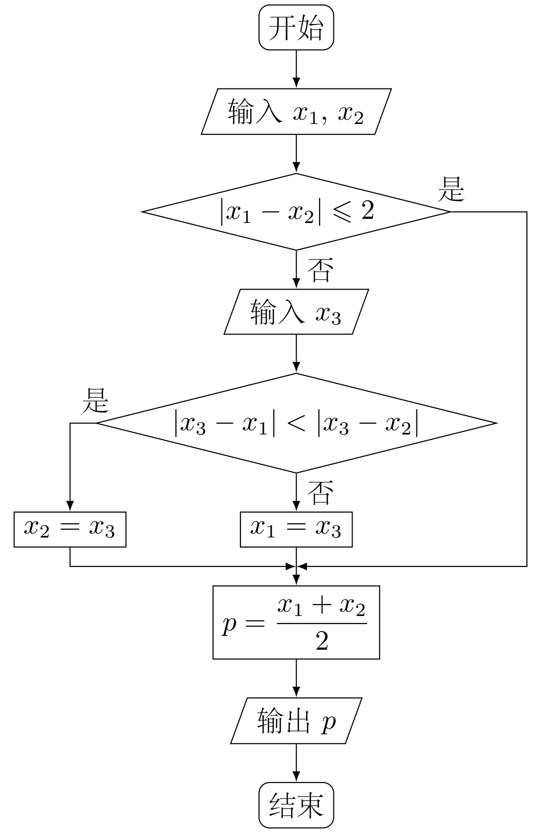
(A) 没有零点 (B) 有且仅有一个零点

(C) 有且仅有两个零点 (D) 有无穷多个零点

7. 设集合 $M=\{y\mid y=|\cos^2x-\sin^2x|,\ x\in\mathbf{R}\}$, $N=\left\{x\,\middle|\,\left|x-\frac{1}{\mathrm{i}}\right|<\sqrt{2},\ \mathrm{i}\right.$ 为虚数单位, $\left.x\in\mathbf{R}\right\}$, 则 $M\cap N$ 为 ( )

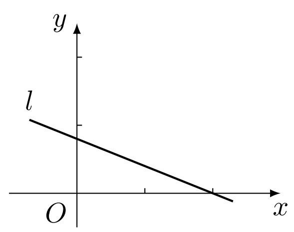
(A) $(0,1)$ (B) $(0,1]$ (C) $[0,1)$ (D) $[0,1]$

8. 如图, x_1, x_2, x_3 为某次考试三个评阅人对同一道题的独立评分, p 为该题的最终得分, 当 $x_1=6$, $x_2=9$, $p=8.5$ 时, x_3 等于 ( )



(A) 11 (B) 10 (C) 8 (D) 7

9. 设 (x_1,y_1), (x_2,y_2), $\cdots$, (x_n,y_n) 是变量 x 和 y 的 n 个样本点, 直线 l 是由这些样本点通过最小二乘法得到的线性回归直线 (如图), 以下结论中正确的是 ( )



(A) x 和 y 的相关系数为直线 l 的斜率

(B) x 和 y 的相关系数在 0 到 1 之间

(C) 当 n 为偶数时, 分布在 l 两侧的样本点的个数一定相同

(D) 直线 l 过点 $(\bar{x},\bar{y})$

10. 甲、乙两人一起去游"2011 西安世园会", 他们约定, 各自独立地从 1 到 6 号景点中任选 4 个进行游览, 每个景点参观 1 小时, 则最后一小时他们同在一个景点的概率是 ( )

(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{1}{6}$

二、填空题

11. 设 $(x)=\begin{cases}\lg x, & x>0,\\ x+\int_0^a 3t^2\mathrm{d}t, & x\leqslant 0.\end{cases}$ 若 $f(f(1))=1$, 则 $a=$______.

12. 设 $n\in\mathbf{N}_+$, 一元二次方程 $x^2-4x+n=0$ 有整数根的充要条件是 $n=$______.

13. 观察下列等式

$1=1$

$2+3+4=9$

$3+4+5+6+7=25$

$4+5+6+7+8+9+10=49$

$\cdots$

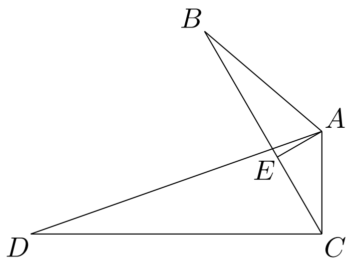
照此规律, 第 n 个等式应为______.

14. 植树节某班 20 名同学在一段直线公路一侧植树, 每人植一棵, 相邻两棵树相距 10 米, 开始时需将树苗集中放置在某一树坑旁边, 使每位同学从各自树坑出发前来领取树苗往返所走的路程总和最小, 这个最小值为______米.

15. 三选一.

【A】若关于 x 的不等式 $|a|\geqslant|x+1|+|x-2|$ 存在实数解, 则实数 a 的取值范围是______.

【B】如图, $\angle B=\angle D$, $AE\perp BC$, $\angle ACD=90^\circ$, 且 $AB=6$, $AC=4$, $AD=12$, 则 $BE=$______.



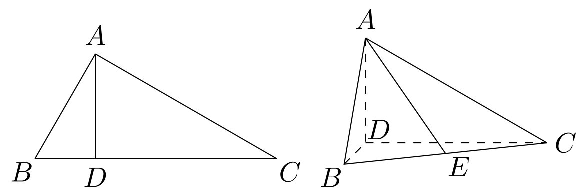
【C】直角坐标系 xOy 中, 以原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设点 A, B 分别在曲线 C_1: $\begin{cases}x=3+\cos\theta,\\ y=4+\sin\theta,\end{cases}$ (θ 为参数) 和曲线 C_2: $\rho=1$ 上, 则 $|AB|$ 的最小值为______.

三、解答题

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $\angle BAC=90^\circ$, AD 是 BC 上的高, 沿 AD 把 $\triangle ABD$ 折起, 使 $\angle BDC=90^\circ$.

(1) 证明: 平面 $ADB\perp$ 平面 BDC;

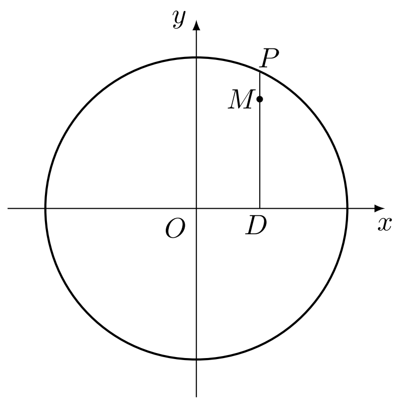
(2) 设 E 为 BC 的中点, 求 $\overrightarrow{AE}$ 与 $\overrightarrow{DB}$ 夹角的余弦值.



17. 如图, 设 P 是圆 $x^2+y^2=25$ 上的动点, 点 D 是 P 在 x 轴上的投影, M 为 PD 上一点, 且 $|MD|=\frac{4}{5}|PD|$.

(1) 当 P 在圆上运动时, 求点 M 的轨迹 C 的方程;

(2) 求过点 $(3,0)$ 且斜率为 $\frac{4}{5}$ 的直线被 C 所截线段的长度.

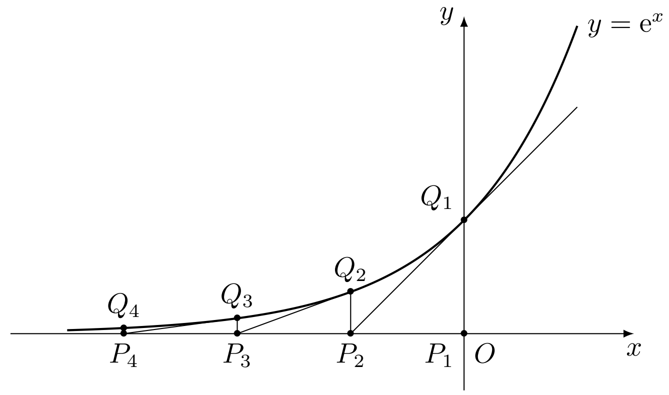


18. 叙述并证明余弦定理.

19. 如图, 从点 $P_1(0,0)$ 作 x 轴的垂线交曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 于点 $Q_1(0,1)$, 曲线在 Q_1 点处的切线与 x 轴交于点 P_2, 再从 P_2 作 x 轴的垂线交曲线于点 Q_2, 依次重复上述过程得到一系列点: $P_1, Q_1; P_2, Q_2; \cdots; P_n, Q_n$, 记 P_k 点的坐标为 $(x_k, 0)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$.

(1) 试求 x_k 与 x_{k-1} 的关系 $(2 \leqslant k \leqslant n)$;

(2) 求 $|P_1Q_1|+|P_2Q_2|+|P_3Q_3|+\cdots+|P_nQ_n|$.



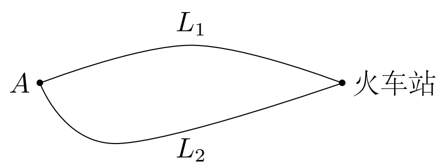
20. 如图, A 地到火车站共有两条路径 L_1 和 L_2, 据统计, 通过两条路径所用的时间互不影响, 所用时间落在各时间段内的频率如下表:

所用时间 (分钟)	$10\sim20$	$20\sim30$	$30\sim40$	$40\sim50$	$50\sim60$
选择 L_1 的人数	6	12	18	12	12
选择 L_2 的人数	0	4	16	16	4

现甲、乙两人分别有 40 分钟和 50 分钟时间用于赶往火车站.

(1) 为了尽最大可能在各自允许的时间内赶到火车站, 甲和乙应如何选择各自的路径?

(2) 用 X 表示甲、乙两人中在允许的时间内能赶到火车站的人数, 针对 (1) 的选择方案, 求 X 的分布列和数学期望.



21. 设函数 $f(x)$ 定义在 $(0,+\infty)$ 上, $f(1)=0$, 导函数 $f'(x)=\frac{1}{x}$, $g(x)=f(x)+f'(x)$.

(1) 求 $g(x)$ 的单调区间和最小值;

(2) 讨论 $g(x)$ 与 $g\left(\frac{1}{x}\right)$ 的大小关系;

(3) 是否存在 $x_0>0$, 使得 $|g(x)-g(x_0)|<\frac{1}{x}$ 对任意 $x>0$ 成立? 若存在, 求出 x_0 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.