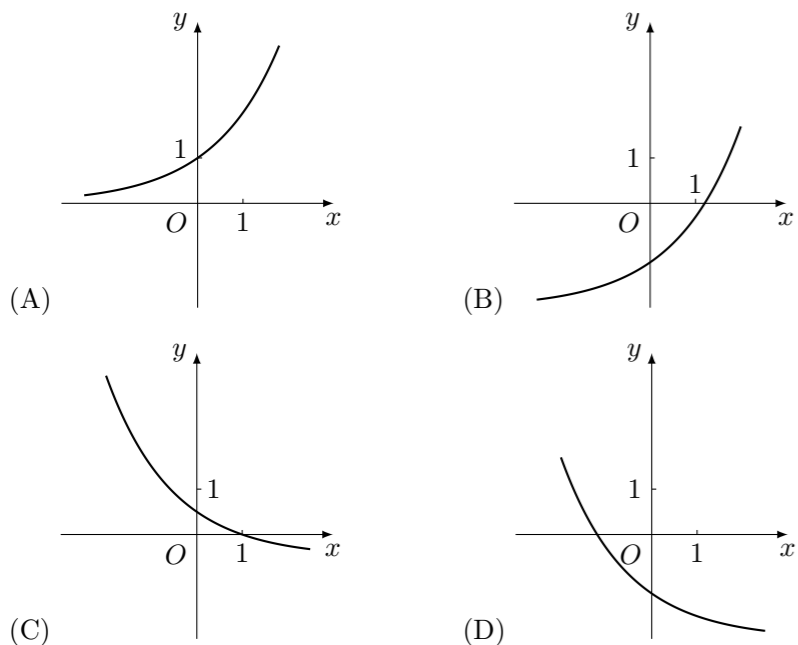


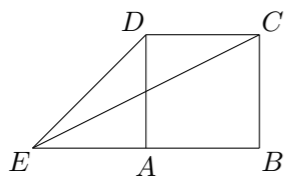
2012 普通高等学校招生考试 (四川卷文)

一、选择题

1. 设集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c, d\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 (A) $\{b\}$ (B) $\{b, c, d\}$ (C) $\{a, c, d\}$ (D) $\{a, b, c, d\}$
2. $(1+x)^7$ 的展开式中 x^2 的系数是 ()
 (A) 21 (B) 28 (C) 35 (D) 42
3. 交通管理部门为了解机动车驾驶员 (简称驾驶员) 对某新法规的知晓情况, 对甲、乙、丙、丁四个社区做分层抽样调查. 假设四个社区驾驶员的总人数为 N , 其中甲社区有驾驶员 96 人. 若在甲、乙、丙、丁四个社区抽取驾驶员的人数分别为 12, 21, 25, 43, 则这四个社区驾驶员的总人数 N 为 ()
 (A) 101 (B) 808 (C) 1212 (D) 2012
4. 函数 $y = a^x - a$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象可能是 ()



5. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 延长 BA 至 E , 使 $AE = 1$, 连接 EC , ED , 则 $\sin \angle CED =$ ()



- (A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{15}$

6. 下列命题正确的是 ()
 (A) 若两条直线和同一个平面所成的角相等, 则这两条直线平行
 (B) 若一个平面内有三个点到另一个平面的距离相等, 则这两个平面平行

- (C) 若一条直线平行于两个相交平面, 则这条直线与这两个平面的交线平行
- (D) 若两个平面都垂直于第三个平面, 则这两个平面平行

7. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 都是非零向量. 下列四个条件中, 使 $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}$ 成立的充分条件是 ()

- (A) $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ (B) $\mathbf{a} = -\mathbf{b}$
- (C) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ (D) $\mathbf{a} = 2\mathbf{b}$

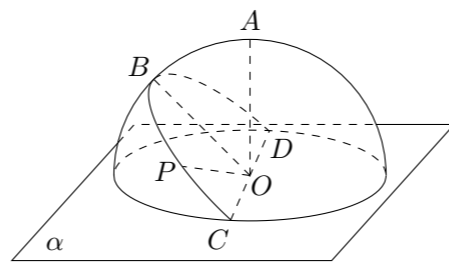
8. 若变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y \geq -3, \\ x + 2y \leq 12, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$$
 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是 ()

- (A) 12 (B) 26 (C) 28 (D) 33

9. 已知抛物线关于 x 轴对称, 它的顶点在坐标原点 O , 并且经过点 $M(2, y_0)$. 若点 M 到该抛物线焦点的距离为 3, 则 $|OM| =$ ()

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) $2\sqrt{5}$

10. 如图, 半径为 R 的半球 O 的底面圆 O 在平面 α 内, 过点 O 作平面 α 的垂线交半球面于点 A , 过圆 O 的直径 CD 作与平面 α 成 45° 角的平面与半球面相交, 所得交线上到平面 α 的距离最大的点为 B , 该交线上的一点 P 满足 $\angle BOP = 60^\circ$, 则 A, P 两点间的球面距离为 ()



- (A) $R \arccos \frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\pi R}{4}$ (C) $R \arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\pi R}{3}$

11. 方程 $ay = b^2x^2 + c$ 中的 $a, b, c \in \{-2, 0, 1, 2, 3\}$, 且 a, b, c 互不相同. 在所有这些方程所表示的曲线中, 不同的抛物线共有 ()

- (A) 28 条 (B) 32 条 (C) 36 条 (D) 48 条

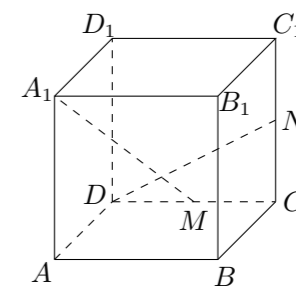
12. 设函数 $f(x) = (x-3)^3 + x - 1$, $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_7) = 14$, 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_7 =$ ()

- (A) 0 (B) 7 (C) 14 (D) 21

二、填空题

- () 13. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ 的定义域是_____. (用区间表示)

14. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 CD, CC_1 的中点, 则异面直线 A_1M 与 DN 所成角的大小是_____.



15. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{5} = 1$ (a 为定值, 且 $a > \sqrt{5}$) 的左焦点为 F , 直线 $x = m$ 与椭圆相交于点 A, B , $\triangle FAB$ 的周长的最大值是 12, 则该椭圆的离心率是_____.

16. 设 a, b 为正实数. 现有下列命题:

- ① 若 $a^2 - b^2 = 1$, 则 $a - b < 1$;
- ② 若 $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 1$, 则 $a - b < 1$;
- ③ 若 $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| = 1$, 则 $|a - b| < 1$;
- ④ 若 $|a^3 - b^3| = 1$, 则 $|a - b| < 1$.

其中的真命题有_____. (写出所有真命题的编号)

三、解答题

17. 某居民小区有两个相互独立的安全防范系统 (简称系统) A 和 B , 系统 A 和 B 在任意时刻发生故障的概率分别为 $\frac{1}{10}$ 和 p .

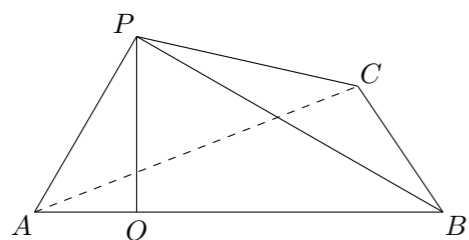
- (1) 若在任意时刻至少有一个系统不发生故障的概率为 $\frac{49}{50}$, 求 p 的值;
- (2) 求系统 A 在 3 次相互独立的检测中不发生故障的次数大于发生故障的次数的概率.

18. 已知函数 $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和值域;
 - (2) 若 $f(\alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{10}$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 常数 $\lambda > 0$, 且 $\lambda a_1 a_n = S_1 + S_n$ 对一切正整数 n 都成立.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 设 $a_1 > 0, \lambda = 100$. 当 n 为何值时, 数列 $\left\{ \lg \frac{1}{a_n} \right\}$ 的前 n 项和最大?

22. 已知 a 为正实数, n 为自然数, 抛物线 $y = -x^2 + \frac{a^n}{2}$ 与 x 轴正半轴相交于点 A . 设 $f(n)$ 为该抛物线在点 A 处的切线在 y 轴上的截距.
- (1) 用 a 和 n 表示 $f(n)$;
 - (2) 求对所有 n 都有 $\frac{f(n)-1}{f(n)+1} \geq \frac{n}{n+1}$ 成立的 a 的最小值;
 - (3) 当 $0 < a < 1$ 时, 比较 $\frac{1}{f(1)-f(2)} + \frac{1}{f(2)-f(4)} + \cdots + \frac{1}{f(n)-f(2n)}$ 与 $6 \cdot \frac{f(1)-f(n+1)}{f(0)-f(1)}$ 的大小, 并说明理由.

19. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle APB = 90^\circ, \angle PAB = 60^\circ, AB = BC = CA$, 点 P 在平面 ABC 内的射影 O 在 AB 上.
- (1) 求直线 PC 与平面 ABC 所成角的正弦值;
 - (2) 求二面角 $B-AP-C$ 的余弦值.



21. 如图, 动点 M 与两定点 $A(-1,0), B(1,0)$ 构成 $\triangle MAB$, 且直线 MA, MB 的斜率之积为 4. 设动点 M 的轨迹为 C .
- (1) 求轨迹 C 的方程;
 - (2) 设直线 $y = x + m$ ($m > 0$) 与 y 轴相交于点 P , 与轨迹 C 相交于点 Q, R , 且 $|PQ| < |PR|$, 求 $\frac{|PR|}{|PQ|}$ 的取值范围.

