2012 普通高等学校招生考试 (大纲卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid x$ 是平行四边形$\}$, $B=\{x\mid x$ 是矩形$\}$, $C=\{x\mid x$ 是正方形$\}$, $D=\{x\mid x$ 是菱形$\}$, 则 ( )

(A) $A\subseteq B$ (B) $C\subseteq B$ (C) $D\subseteq C$ (D) $A\subseteq D$

2. 函数 $y=\sqrt{x+1}\ (x\geqslant -1)$ 的反函数为 ( )

(A) $y=x^2-1\ (x\geqslant 0)$ (B) $y=x^2-1\ (x\geqslant 1)$
(C) $y=x^2+1\ (x\geqslant 0)$ (D) $y=x^2+1\ (x\geqslant 1)$

3. 若函数 $f(x)=\sin\dfrac{x+\varphi}{3}\ (\varphi\in[0,2\pi])$ 是偶函数, 则 $\varphi=$ ( )

(A) $\dfrac{\pi}{2}$ (B) $\dfrac{2\pi}{3}$ (C) $\dfrac{3\pi}{2}$ (D) $\dfrac{5\pi}{3}$

4. 已知 α 为第二象限角, $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha=$ ( )

(A) $-\dfrac{24}{25}$ (B) $-\dfrac{12}{25}$ (C) $\dfrac{12}{25}$ (D) $\dfrac{24}{25}$

5. 椭圆的中心在原点, 焦距为 4, 一条准线为 $x=-4$, 则该椭圆的方程为 ( )

(A) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$ (B) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{8}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, $a_1=1$, $S_n=2a_{n+1}$, 则 $S_n=$ ( )

(A) 2^{n-1} (B) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{n-1}$ (C) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$ (D) $\dfrac{1}{2^{n-1}}$

7. 6 位选手依次演讲, 其中选手甲不在第一个也不在最后一个演讲, 则不同的演讲次序共有 ( )

(A) 240 种 (B) 360 种 (C) 480 种 (D) 720 种

8. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, $CC_1=2\sqrt{2}$, E 为 CC_1 的中点, 则直线 AC_1 到平面 BED 的距离为 ( )

(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1

9. $\triangle ABC$ 中, AB 边的高为 CD, 若 $\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 则 $\overrightarrow{AD}=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{a}-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}$ (B) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$ (C) $\dfrac{3}{5}\boldsymbol{a}-\dfrac{3}{5}\boldsymbol{b}$ (D) $\dfrac{4}{5}\boldsymbol{a}-\dfrac{4}{5}\boldsymbol{b}$

10. 已知 F_1、F_2 为双曲线 C: $x^2-y^2=2$ 的左、右焦点, 点 P 在 C 上, $|PF_1|=2|PF_2|$, 则 $\cos\angle F_1PF_2=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{3}{5}$ (C) $\dfrac{3}{4}$ (D) $\dfrac{4}{5}$

11. 已知 $x=\ln\pi$, $y=\log_5 2$, $z=\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$, 则 ( )

(A) $x<y<z$ (B) $z<x<y$ (C) $z<y<x$ (D) $y<z<x$

12. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 E 在边 AB 上, 点 F 在边 BC 上, $AE=BF=\dfrac{1}{3}$. 动点 P 从 E 出发沿直线向 F 运动, 每当碰到正方形的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当点 P 第一次碰到 E 时, P 与正方形的边碰撞的次数为 ( )

(A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 3

二、填空题

13. $\left(x+\dfrac{1}{2x}\right)^8$ 的展开式中 x^2 的系数为______.

14. 若 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\ x+y-3\leqslant 0,\\ x+3y-3\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x-y$ 的最小值为______.

15. 当函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x\ (0\leqslant x<2\pi)$ 取得最大值时, $x=$______.

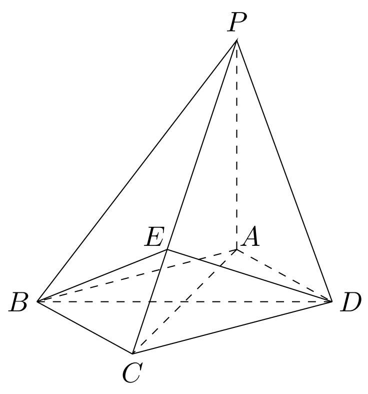
16. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E、F 分别为 BB_1、CC_1 的中点, 那么异面直线 AE 与 D_1F 所成角的余弦值为______.

三、解答题

17. $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 成等差数列, 其对边 a、b、c 满足 $2b^2=3ac$, 求 A.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, 前 n 项和 $S_n=\dfrac{n+2}{3}a_n$.
(1) 求 a_2, a_3;
(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, $AC=2\sqrt{2}$, $PA=2$, E 是 PC 上的一点, $PE=2EC$.
(1) 证明: $PC\perp$ 平面 BED;
(2) 设二面角 $A-PB-C$ 为 90°, 求 PD 与平面 PBC 所成角的大小.



20. 乒乓球比赛规则规定: 一局比赛, 双方比分在 10 平前, 一方连续发球 2 次后, 对方再连续发球 2 次, 依次轮换. 每次发球, 胜方得 1 分, 负方得 0 分. 设在甲、乙的比赛中, 每次发球, 发球方得 1 分的概率为 0.6, 各次发球的胜负结果相互独立. 甲、乙的一局比赛中, 甲先发球.
(1) 求开始第 4 次发球时, 甲、乙的比分为 1 比 2 的概率;
(2) 求开始第 5 次发球时, 甲得分领先的概率.

21. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2+ax$.
(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
(2) 设 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2, 若过两点 $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$ 的直线 l 与 x 轴的交点在曲线 $f(x)$ 上, 求 a 的值.

22. 已知抛物线 C: $y=(x+1)^2$ 与圆 M: $(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=r^2$ $(r>0)$ 有一个公共点 A, 且在 A 处两曲线的切线为同一直线 l.
(1) 求 r;
(2) 设 m、n 是异于 l 且与 C 及 M 都相切的两条直线, m、n 的交点为 D, 求 D 到 l 的距离.