

## 2012 普通高等学校招生考试 (大纲卷理)

### 一、选择题

1. 复数  $\frac{-1+3i}{1+i} =$  ( )  
 (A)  $2+i$  (B)  $2-i$  (C)  $1+2i$  (D)  $1-2i$
2. 已知集合  $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$ ,  $B = \{1, m\}$ ,  $A \cup B = A$ , 则  $m =$  ( )  
 (A) 0 或  $\sqrt{3}$  (B) 0 或 3 (C) 1 或  $\sqrt{3}$  (D) 1 或 3
3. 椭圆的中心在原点, 焦距为 4, 一条准线为  $x = -4$ , 则该椭圆的方程为 ( )  
 (A)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$  (C)  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$  (D)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$
4. 已知正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2$ ,  $CC_1 = 2\sqrt{2}$ ,  $E$  为  $CC_1$  的中点, 则直线  $AC_1$  到平面  $BED$  的距离为 ( )  
 (A) 2 (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{2}$  (D) 1
5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和为  $S_n$ .  $a_5 = 5$ ,  $S_5 = 15$ , 则数列  $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$  的前 100 项和为 ( )  
 (A)  $\frac{100}{101}$  (B)  $\frac{99}{101}$  (C)  $\frac{99}{100}$  (D)  $\frac{101}{100}$
6.  $\triangle ABC$  中,  $AB$  边的高为  $CD$ , 若  $\overrightarrow{CB} = \mathbf{a}$ ,  $\overrightarrow{CA} = \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ,  $|\mathbf{a}| = 1$ ,  $|\mathbf{b}| = 2$ , 则  $\overrightarrow{AD} =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}$  (B)  $\frac{2}{3}\mathbf{a} - \frac{2}{3}\mathbf{b}$  (C)  $\frac{3}{5}\mathbf{a} - \frac{3}{5}\mathbf{b}$  (D)  $\frac{4}{5}\mathbf{a} - \frac{4}{5}\mathbf{b}$
7. 已知  $\alpha$  为第二象限角,  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\cos 2\alpha =$  ( )  
 (A)  $-\frac{\sqrt{5}}{3}$  (B)  $-\frac{\sqrt{5}}{9}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}}{9}$  (D)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$
8. 已知  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: x^2 - y^2 = 2$  的左、右焦点, 点  $P$  在  $C$  上,  $|PF_1| = 2|PF_2|$ , 则  $\cos \angle F_1PF_2 =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{4}{5}$
9. 已知  $x = \ln \pi$ ,  $y = \log_5 2$ ,  $z = e^{-\frac{1}{2}}$ , 则 ( )  
 (A)  $x < y < z$  (B)  $z < x < y$  (C)  $z < y < x$  (D)  $y < z < x$
10. 已知函数  $y = x^3 - 3x + c$  的图象与  $x$  轴恰有两个公共点, 则  $c =$  ( )  
 (A) -2 或 2 (B) -9 或 3 (C) -1 或 1 (D) -3 或 1
11. 将字母  $a, a, b, b, c, c$  排成三行两列, 要求每行的字母互不相同, 每列的字母也互不相同, 则不同的排列方法共有 ( )  
 (A) 12 种 (B) 18 种 (C) 24 种 (D) 36 种
12. 正方形  $ABCD$  的边长为 1, 点  $E$  在边  $AB$  上, 点  $F$  在边  $BC$  上,  $AE = BF = \frac{3}{7}$ . 动点  $P$  从  $E$  出发沿直线向  $F$  运动, 每当碰到正方形

的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当点  $P$  第一次碰到  $E$  时,  $P$  与正方形的边碰撞的次数为 ( )

- (A) 16 (B) 14 (C) 12 (D) 10

### 二、填空题

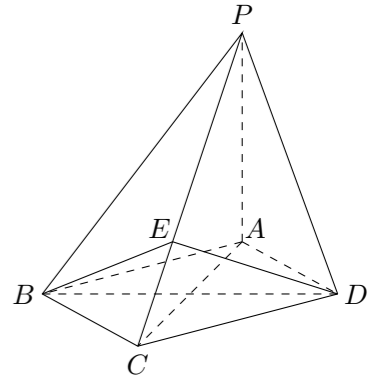
13. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ x + 3y - 3 \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 3x - y$  的最小值为\_\_\_\_\_.
14. 当函数  $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) 取得最大值时,  $x =$ \_\_\_\_\_.
15. 若  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$  的展开式中第 3 项与第 7 项的二项式系数相等, 则该展开式中  $\frac{1}{x^2}$  的系数为\_\_\_\_\_.
16. 三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 底面边长和侧棱长都相等,  $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$ , 则异面直线  $AB_1$  与  $BC_1$  所成角的余弦值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\cos(A - C) + \cos B = 1$ ,  $a = 2c$ , 求  $C$ .

18. 如图, 四棱锥  $P - ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为菱形,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AC = 2\sqrt{2}$ ,  $PA = 2$ ,  $E$  是  $PC$  上的一点,  $PE = 2EC$ .

- (1) 证明:  $PC \perp$  平面  $BED$ ;
- (2) 设二面角  $A - PB - C$  为  $90^\circ$ , 求  $PD$  与平面  $PBC$  所成角的大小.



19. 乒乓球比赛规则规定: 一局比赛, 双方比分在 10 平前, 一方连续发球 2 次后, 对方再连续发球 2 次, 依次轮换. 每次发球, 胜方得 1 分, 负方得 0 分. 设在甲、乙的比赛中, 每次发球, 发球方得 1 分的概率为 0.6, 各次发球的胜负结果相互独立. 甲、乙的一局比赛中, 甲先发球.

- (1) 求开始第 4 次发球时, 甲、乙的比分为 1 比 2 的概率;
- (2)  $\xi$  表示开始第 4 次发球时乙的得分, 求  $\xi$  的期望.

20. 设函数  $f(x) = ax + \cos x$ ,  $x \in [0, \pi]$ .
- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性;
  - (2) 设  $f(x) \leq 1 + \sin x$ , 求  $a$  的取值范围.

21. 已知抛物线  $C: y = (x+1)^2$  与圆  $M: (x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = r^2$  ( $r > 0$ ) 有一个公共点  $A$ , 且在  $A$  处两曲线的切线为同一直线  $l$ .
- (1) 求  $r$ ;
  - (2) 设  $m, n$  是异于  $l$  且与  $C$  及  $M$  都相切的两条直线,  $m, n$  的交点为  $D$ , 求  $D$  到  $l$  的距离.

22. 函数  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ , 定义数列  $\{x_n\}$  如下:  $x_1 = 2$ ,  $x_{n+1}$  是过两点  $P(4, 5), Q_n(x_n, f(x_n))$  的直线  $PQ_n$  与  $x$  轴交点的横坐标.
- (1) 证明:  $2 \leq x_n < x_{n+1} < 3$ ;
  - (2) 求数列  $\{x_n\}$  的通项公式.