

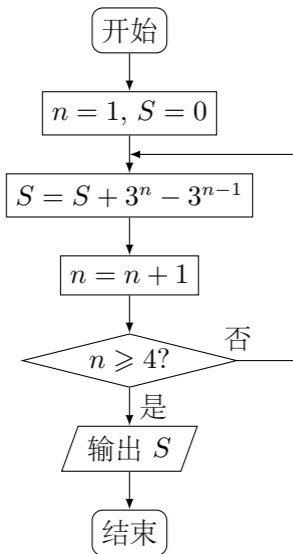
2012 普通高等学校招生考试 (天津卷文)

一、选择题

1. i 是虚数单位, 复数 $\frac{5+3i}{4-i} =$ ()
 (A) $1-i$ (B) $-1+i$ (C) $1+i$ (D) $-1-i$

2. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y-2 \geq 0, \\ x-2y+4 \geq 0, \\ x-1 \leq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 3x - 2y$ 的最小值为 ()
 (A) -5 (B) -4 (C) -2 (D) 3

3. 阅读如图程序框图, 运行相应的程序, 则输出 S 的值为 ()



- (A) 8 (B) 18 (C) 26 (D) 80

4. 已知 $a = 2^{1.2}$, $b = \left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}$, $c = 2 \log_5 2$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 (A) $c < b < a$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$

5. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x > \frac{1}{2}$ ”是“ $2x^2 + x - 1 > 0$ ”的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. 下列函数中, 既是偶函数, 又在区间 $(1, 2)$ 内是增函数的为 ()
 (A) $y = \cos 2x, x \in \mathbf{R}$ (B) $y = \log_2 |x|, x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$
 (C) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, x \in \mathbf{R}$ (D) $y = x^3 + 1, x \in \mathbf{R}$

7. 将函数 $f(x) = \sin \omega x$ (其中 $\omega > 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 所得图象经过点 $\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$, 则 ω 的最小值是 ()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{5}{3}$ (D) 2

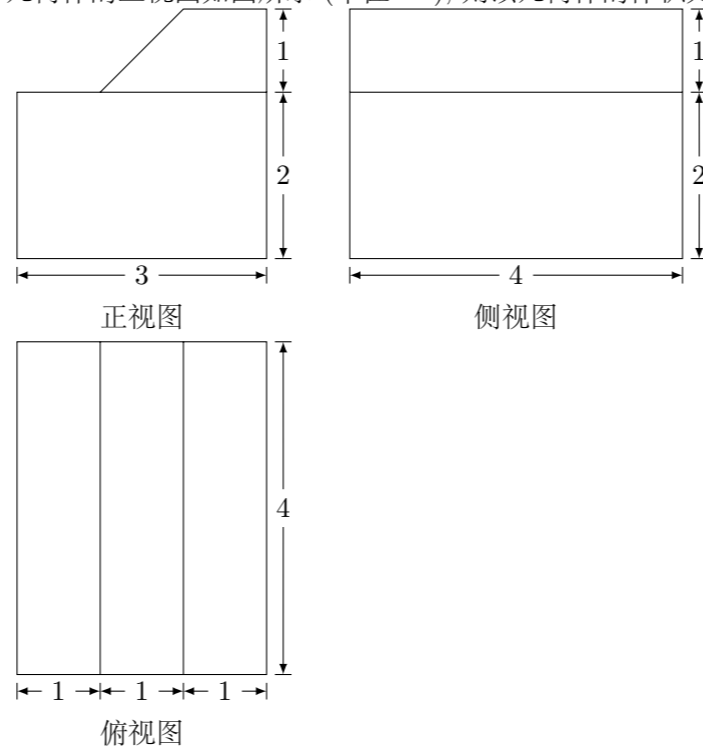
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 1, AC = 2$. 设点 P, Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = (1-\lambda) \overrightarrow{AC}$, $\lambda \in \mathbf{R}$. 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = -2$, 则 $\lambda =$ ()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 2

二、填空题

9. 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x-2| \leq 5\}$ 中的最小整数为_____.

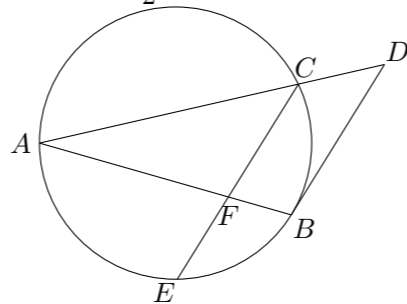
10. 一个几何体的三视图如图所示 (单位: m), 则该几何体的体积为_____ m^3 .



11. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有相同的渐近线, 且 C_1 的右焦点为 $F(\sqrt{5}, 0)$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

12. 设 $m, n \in \mathbf{R}$, 若直线 $l: mx + ny - 1 = 0$ 与 x 轴相交于点 A , 与 y 轴相交于点 B , 且 l 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交所得弦的长为 2, O 为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 面积的最小值为_____.

13. 如图, 已知 AB 和 AC 是圆的两条弦, 过点 B 作圆的切线与 AC 的延长线相交于点 D . 过点 C 作 BD 的平行线与圆相交于点 E , 与 AB 相交于点 F , $AF = 3, FB = 1, EF = \frac{3}{2}$, 则线段 CD 的长为_____.



14. 已知函数 $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$ 的图象与函数 $y = kx$ 的图象恰有两个交点, 则实数 k 的取值范围是_____.

三、解答题

15. 某地区有小学 21 所, 中学 14 所, 大学 7 所, 现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取 6 所学校对学生进行视力调查.

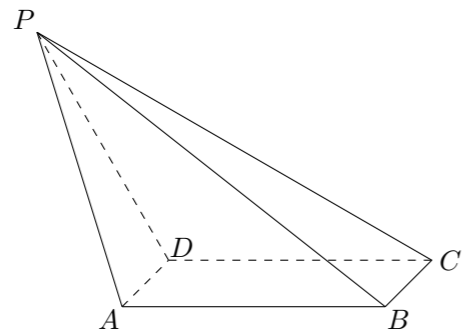
- (1) 求应从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目;
 (2) 若从抽取的 6 所学校中随机抽取 2 所学校做进一步数据分析,
 ① 列出所有可能的抽取结果;
 ② 求抽取的 2 所学校均为小学的概率.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c . 已知 $a = 2, c = \sqrt{2}$, $\cos A = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

- (1) 求 $\sin C$ 和 b 的值;
 (2) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $AD \perp PD$, $BC = 1$, $PC = 2\sqrt{3}$, $PD = CD = 2$.

- (1) 求异面直线 PA 与 BC 所成角的正切值;
- (2) 证明: 平面 $PDC \perp$ 平面 $ABCD$;
- (3) 求直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.



19. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 点 $P\left(\frac{\sqrt{5}}{5}a, \frac{\sqrt{2}}{2}a\right)$ 在椭圆上.

- (1) 求椭圆的离心率;
- (2) 设 A 为椭圆的左顶点, O 为坐标原点. 若点 Q 在椭圆上且满足 $|AQ| = |AO|$, 求直线 OQ 的斜率的值.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1-a}{2}x^2 - ax - a$, $x \in \mathbf{R}$, 其中 $a > 0$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-2, 0)$ 内恰有两个零点, 求 a 的取值范围;
- (3) 当 $a = 1$ 时, 设函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t+3]$ 上的最大值为 $M(t)$, 最小值为 $m(t)$, 记 $g(t) = M(t) - m(t)$, 求函数 $g(t)$ 在区间 $[-3, -1]$ 上的最小值.

18. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 = b_1 = 2$, $a_4 + b_4 = 27$, $S_4 - b_4 = 10$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 记 $T_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 证明: $T_n - 8 = a_{n-1}b_{n+1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$, $n > 2$).