2012 普通高等学校招生考试 (山东卷文)

一、选择题

1. 若复数 z 满足 $z(2-\mathrm{i})=11+7\mathrm{i}$ (i 为虚数单位), 则 z 为 ( )

(A) $3+5\mathrm{i}$　(B) $3-5\mathrm{i}$　(C) $-3+5\mathrm{i}$　(D) $-3-5\mathrm{i}$

2. 已知全集 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, 集合 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{2,\ 4\}$, 则 $(\complement_U A)\cup B=$ ( )

(A) $\{1,\ 2,\ 4\}$　(B) $\{2,\ 3,\ 4\}$　(C) $\{0,\ 2,\ 4\}$　(D) $\{0,\ 2,\ 3,\ 4\}$

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x+1)}+\sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 ( )

(A) $[-2,0)\cup(0,2]$　(B) $(-1,0)\cup(0,2]$

(C) $[-2,2]$　(D) $(-1,2]$

4. 在某次测量中得到的 A 样本数据如下: 82, 84, 84, 86, 86, 86, 88, 88, 88, 88. 若 B 样本数据恰好是 A 样本数据每个都加 2 后所得数据, 则 A, B 两样本的下列数字特征对应相同的是 ( )

(A) 众数　(B) 平均数　(C) 中位数　(D) 标准差

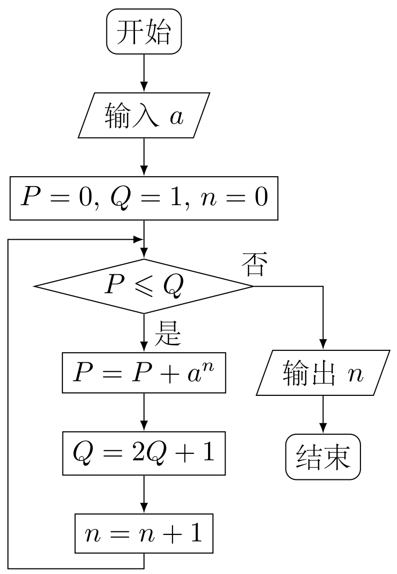
5. 设命题 p: 函数 $y=\sin 2x$ 的最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$; 命题 q: 函数 $y=\cos x$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称. 则下列判断正确的是 ( )

(A) p 为真　(B) $\neg q$ 为假　(C) $p\wedge q$ 为假　(D) $p\vee q$ 为真

6. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y\geqslant 2,\\ 2x+y\leqslant 4,\\ 4x-y\geqslant -1,\end{cases}$ 则目标函数 $z=3x-y$ 的取值范围是 ( )

(A) $\left[-\dfrac{3}{2},6\right]$　(B) $\left[-\dfrac{3}{2},-1\right]$　(C) $[-1,6]$　(D) $\left[-6,\dfrac{3}{2}\right]$

7. 执行如图所示的程序框图, 如果输入 $a=4$, 那么输出的 n 的值为 ( )



(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

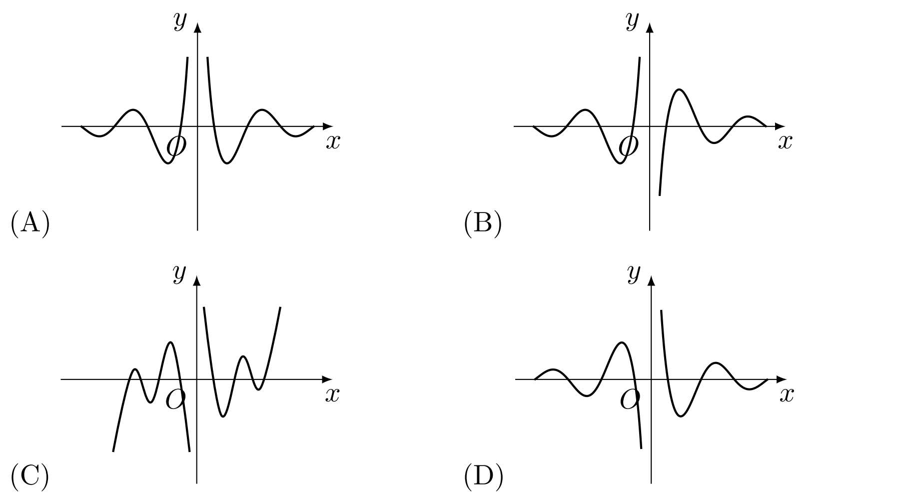
8. 函数 $y=2\sin\left(\dfrac{\pi x}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right)$ $(0\leqslant x\leqslant 9)$ 的最大值与最小值之和为 ( )

(A) $2-\sqrt{3}$　(B) 0　(C) -1　(D) $-1-\sqrt{3}$

9. 圆 $(x+2)^2+y^2=4$ 与圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ 的位置关系为 ( )

(A) 内切　(B) 相交　(C) 外切　(D) 相离

10. 函数 $f(x)=\dfrac{\cos 6x}{2^x-2^{-x}}$ 的图象大致为 ( )



11. 已知双曲线 C_1: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的离心率为 2, 若抛物线 C_2: $x^2=2py$ $(p>0)$ 的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为 2, 则抛物线 C_2 的方程为 ( )

(A) $x^2=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}y$　(B) $x^2=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}y$　(C) $x^2=8y$　(D) $x^2=16y$

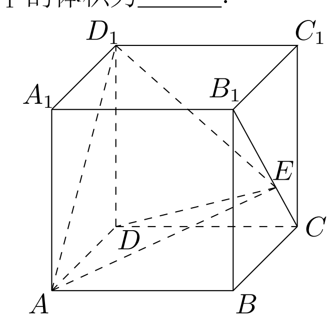
12. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $g(x)=-x^2+bx$. 若 $y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 的图象有且仅有两个不同的公共点 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, 则下列判断正确的是 ( )

(A) $x_1+x_2>0$, $y_1+y_2>0$　(B) $x_1+x_2>0$, $y_1+y_2<0$

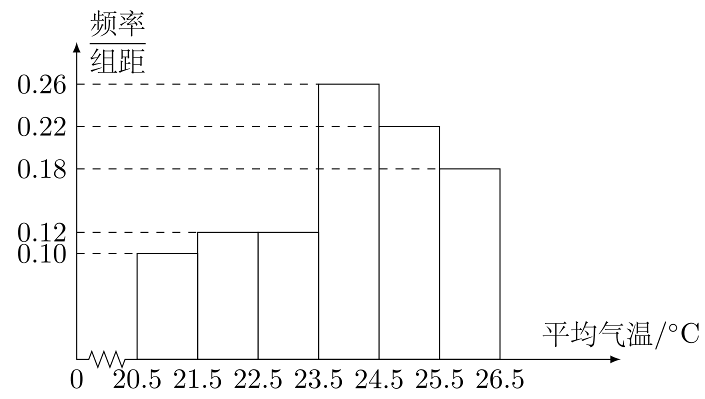
(C) $x_1+x_2<0$, $y_1+y_2>0$　(D) $x_1+x_2<0$, $y_1+y_2<0$

二、填空题

13. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 为线段 B_1C 上的一点, 则三棱锥 $A-DED_1$ 的体积为______.

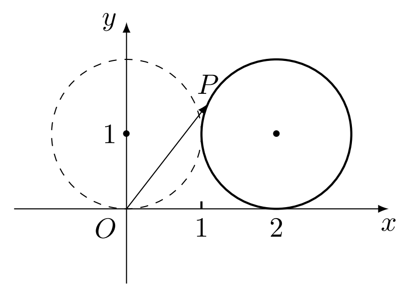


14. 如图是根据部分城市某年 6 月份的平均气温 (单位: °C) 数据得到的样本频率分布直方图, 其中平均气温的范围是 $[20.5,26.5]$, 样本数据的分组为 $[20.5,21.5)$, $[21.5,22.5)$, $[22.5,23.5)$, $[23.5,24.5)$, $[24.5,25.5)$, $[25.5,26.5]$. 已知样本中平均气温低于 22.5 °C 的城市个数为 11, 则样本中平均气温不低于 25.5 °C 的城市个数为______.



15. 若函数 $f(x)=a^x$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 在 $[-1,2]$ 上的最大值为 4, 最小值为 m, 且函数 $g(x)=(1-4m)\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 则 $a=$______.

16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一单位圆的圆心的初始位置在 $(0,1)$, 此时圆上一点 P 的位置在 $(0,0)$, 圆在 x 轴上沿正向滚动. 当圆滚动到圆心位于 $(2,1)$ 时, $\overrightarrow{OP}$ 的坐标为______.



三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 已知 $\sin B(\tan A+\tan C)=\tan A\tan C$.

(1) 求证: a, b, c 成等比数列;

(2) 若 $a=1$, $c=2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S.

18. 袋中有五张卡片, 其中红色卡片三张, 标号分别为 1, 2, 3; 蓝色卡片两张, 标号分别为 1, 2.

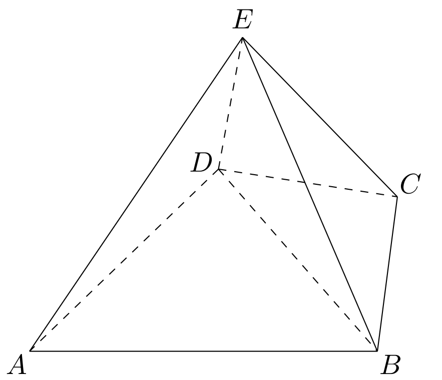
(1) 从以上五张卡片中任取两张, 求这两张卡片颜色不同且标号之和小于 4 的概率;

(2) 现袋中再放入一张标号为 0 的绿色卡片, 从这六张卡片中任取两张, 求这两张卡片颜色不同且标号之和小于 4 的概率.

19. 如图, 几何体 $E-ABCD$ 是四棱锥, $\triangle ABD$ 为正三角形, $CB=CD$, $EC\perp BD$.

(1) 求证: $BE=DE$;

(2) 若 $\angle BCD=120^{\circ}$, M 为线段 AE 的中点, 求证: $DM\parallel$ 平面 BEC.



20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和为 105, 且 $a_{10}=2a_5$.

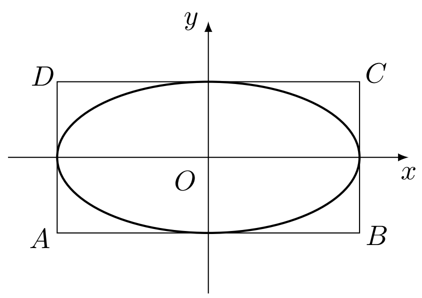
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 对任意 $m\in\mathbf{N}^*$, 将数列 $\{a_n\}$ 中不大于 7^{2m} 的项的个数记为 b_m. 求数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和 S_m.

21. 如图, 椭圆 M: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $x=\pm a$ 和 $y=\pm b$ 所围成的矩形 $ABCD$ 的面积为 8.

(1) 求椭圆 M 的标准方程;

(2) 设直线 l: $y=x+m\ (m\in\mathbf{R})$ 与椭圆 M 有两个不同的交点 P, Q, l 与矩形 $ABCD$ 有两个不同的交点 S, T. 求 $\dfrac{|PQ|}{|ST|}$ 的最大值及取得最大值时 m 的值.



22. 已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+k}{\mathrm{e}^x}$ (k 为常数, $\mathrm{e}=2.71828\cdots$ 是自然对数的底数), 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 x 轴平行.

(1) 求 k 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 设 $g(x)=xf'(x)$, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数. 证明: 对任意 $x>0$, $g(x)<1+\mathrm{e}^{-2}$.