2012 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

一、选择题

1. 设 i 为虚数单位, 则复数 $\dfrac{3+4\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=$ ( )

(A) $-4-3\mathrm{i}$ (B) $-4+3\mathrm{i}$ (C) $4+3\mathrm{i}$ (D) $4-3\mathrm{i}$

2. 设集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, $M=\{1,\ 3,\ 5\}$, 则 $\complement_U M=$ ( )

(A) $\{2,\ 4,\ 6\}$ (B) $\{1,\ 3,\ 5\}$ (C) $\{1,\ 2,\ 4\}$ (D) U

3. 若向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2)$, $\overrightarrow{BC}=(3,4)$, 则 $\overrightarrow{AC}=$ ( )

(A) $(4,6)$ (B) $(-4,-6)$ (C) $(-2,-2)$ (D) $(2,2)$

4. 下列函数为偶函数的是 ( )

(A) $y=\sin x$ (B) $y=x^3$

(C) $y=\mathrm{e}^x$ (D) $y=\ln\sqrt{x^2+1}$

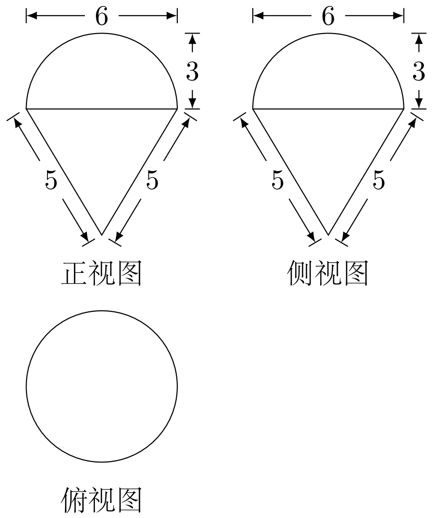
5. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\leqslant 1, \\ x+1\geqslant 0, \\ x-y\leqslant 1, \end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最小值为 ( )

(A) 3 (B) 1 (C) -5 (D) -6

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A=60°$, $\angle B=45°$, $BC=3\sqrt{2}$, 则 $AC=$ ( )

(A) $4\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则它的体积为 ( )

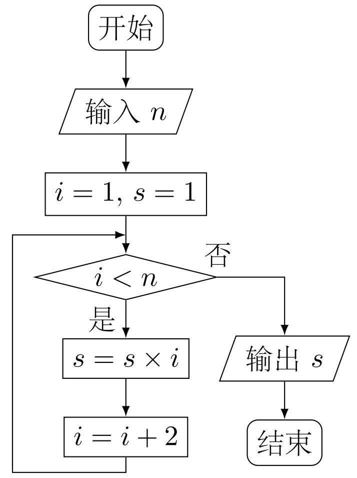


(A) 72π (B) 48π (C) 30π (D) 24π

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $3x+4y-5=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A、B 两点, 则弦 AB 的长等于 ( )

(A) $3\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 1

9. 执行如图所示的程序框图, 若输入 n 的值为 6, 则输出 s 的值为 ( )



(A) 105 (B) 16 (C) 15 (D) 1

10. 对任意两个非零的平面向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$, 定义 $\boldsymbol{\alpha}\circ\boldsymbol{\beta}=\dfrac{\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\beta}}{\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}}$. 若两个非零的平面向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$, 且 $\boldsymbol{a}\circ\boldsymbol{b}$ 和 $\boldsymbol{b}\circ\boldsymbol{a}$ 都在集合 $\left\{\dfrac{n}{2}\mid n\in\mathbf{Z}\right\}$ 中, 则 $\boldsymbol{a}\circ\boldsymbol{b}=$ ( )

(A) $\dfrac{5}{2}$ (B) $\dfrac{3}{2}$ (C) 1 (D) $\dfrac{1}{2}$

二、填空题

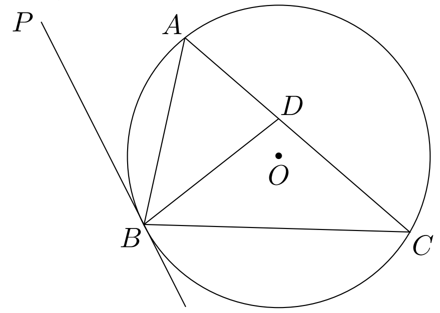
11. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域为______.

12. 等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2a_4=\dfrac{1}{2}$, 则 $a_1a_3^2a_5=$______.

13. 由正整数组成的一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4, 其平均数和中位数都是 2, 且标准差等于 1, 则这组数据为______. (从小到大排列)

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 和 C_2 的参数方程分别为 $\begin{cases} x=\sqrt{5}\cos\theta, \\ y=\sqrt{5}\sin\theta, \end{cases}$ (θ 为参数, $0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}$) 和 $\begin{cases} x=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$ (t 为参数), 则曲线 C_1 与 C_2 的交点坐标为______.

15. 如图所示, 直线 PB 与圆 O 相切于点 B, D 是弦 AC 上的点, $\angle PBA=\angle DBA$, 若 $AD=m$, $AC=n$, 则 $AB=$______.



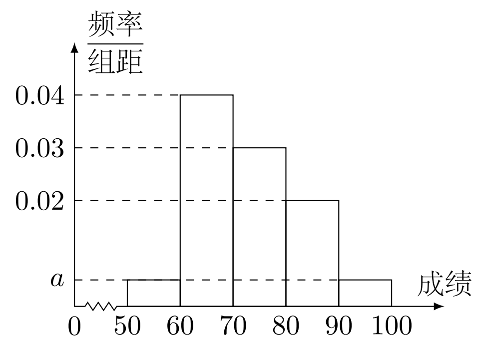
三、解答题

16. 已知函数 $f(x)=A\cos\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{6}\right)$, $x\in\mathbf{R}$, 且 $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{2}$.

(1) 求 A 的值;

(2) 设 $\alpha,\ \beta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$, $f\left(4\alpha+\dfrac{4\pi}{3}\right)=-\dfrac{30}{17}$, $f\left(4\beta-\dfrac{2\pi}{3}\right)=\dfrac{8}{5}$, 求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值.

17. 某校 100 名学生期中考试语文成绩的频率分布直方图如图所示, 其中成绩分组区间是: $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$.



(1) 求图中 a 的值;

(2) 根据频率分布直方图, 估计这 100 名学生语文成绩的平均分;

(3) 若这 100 名学生语文成绩某些分数段的人数 (x) 与数学成绩相应分数段的人数 (y) 之比如下表所示, 求数学成绩在 $[50,90)$ 之外的人数.

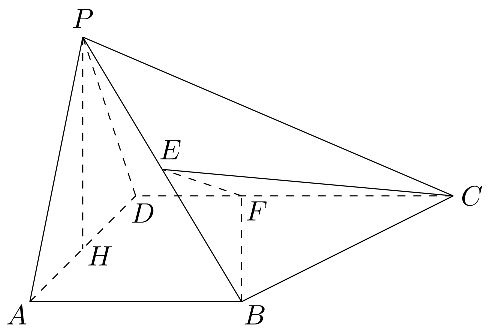
分数段	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$
$x:y$	$1:1$	$2:1$	$3:4$	$4:5$

18. 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB\perp$ 平面 PAD, $AB \parallel CD$, $PD=AD$, E 是 PB 中点, F 是 DC 上的点且 $DF=\dfrac{1}{2}AB$, PH 为 $\triangle PAD$ 中 AD 边上的高.

(1) 证明: $PH\perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $PH=1$, $AD=\sqrt{2}$, $FC=1$, 求三棱锥 $E-BCF$ 的体积;

(3) 证明: $EF\perp$ 平面 PAB.



19. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和为 T_n, 满足 $T_n=2S_n-n^2$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求 a_1 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 C_1: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左焦点 $F_1(-1,0)$, 且点 $P(0,1)$ 在 C_1 上.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 设直线 l 同时与椭圆 C_1 和抛物线 C_2: $y^2=4x$ 相切, 求直线 l 的方程.

21. 设 $0<a<1$, 集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x>0\}$, $B=\{x\in\mathbf{R}\mid 2x^2-3(1+a)x+6a>0\}$, $D=A\cap B$.

(1) 求集合 D (用区间表示);

(2) 求函数 $f(x)=2x^3-3(1+a)x^2+6ax$ 在 D 内的极值点.