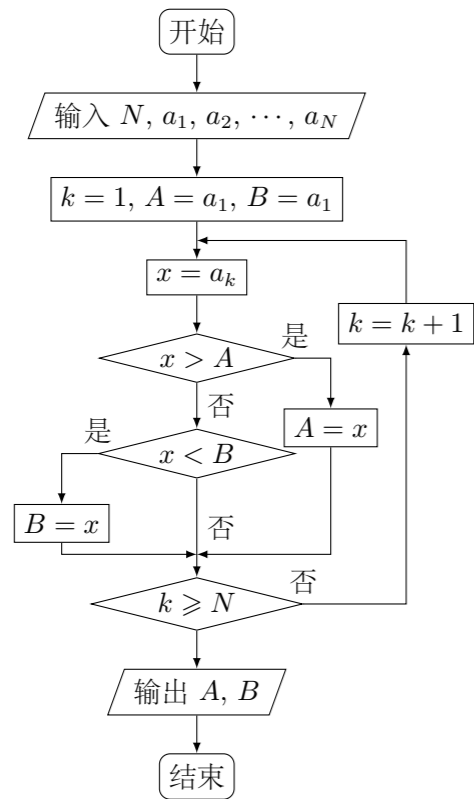


## 2012 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

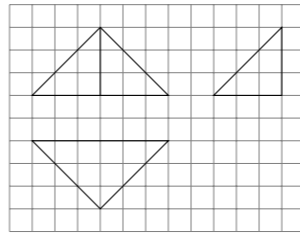
### 一、选择题

- 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 1\}$ , 则 ( )  
 (A)  $A \subsetneq B$  (B)  $B \subsetneq A$  (C)  $A = B$  (D)  $A \cap B = \emptyset$
- 复数  $z = \frac{-3+i}{2+i}$  的共轭复数是 ( )  
 (A)  $2+i$  (B)  $2-i$  (C)  $-1+i$  (D)  $-1-i$
- 在一组样本数据  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  ( $n \geq 2$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  不全相等) 的散点图中, 若所有样本点  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 都在直线  $y = \frac{1}{2}x + 1$  上, 则这组样本数据的样本相关系数为 ( )  
 (A)  $-1$  (B)  $0$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $1$
- 设  $F_1, F_2$  是椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点,  $P$  为直线  $x = \frac{3a}{2}$  上一点,  $\triangle F_2PF_1$  是底角为  $30^\circ$  的等腰三角形, 则  $E$  的离心率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{4}{5}$
- 已知正三角形  $ABC$  的顶点  $A(1, 1), B(1, 3)$ , 顶点  $C$  在第一象限, 若点  $(x, y)$  在  $\triangle ABC$  内部, 则  $z = -x + y$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(1 - \sqrt{3}, 2)$  (B)  $(0, 2)$  (C)  $(\sqrt{3} - 1, 2)$  (D)  $(0, 1 + \sqrt{3})$
- 如果执行下面的程序框图, 输入正整数  $N$  ( $N \geq 2$ ) 和实数  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , 输出  $A, B$ , 则



- (A)  $A + B$  为  $a_1, a_2, \dots, a_N$  的和
- (B)  $\frac{A+B}{2}$  为  $a_1, a_2, \dots, a_N$  的算术平均数
- (C)  $A$  和  $B$  分别是  $a_1, a_2, \dots, a_N$  中最大的数和最小的数
- (D)  $A$  和  $B$  分别是  $a_1, a_2, \dots, a_N$  中最小的数和最大的数

- 如图, 网格上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则此几何体的体积为 ( )



- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 18
- 平面  $\alpha$  截球  $O$  的球面所得圆的半径为 1, 球心  $O$  到平面  $\alpha$  的距离为  $\sqrt{2}$ , 则此球的体积为 ( )  
 (A)  $\sqrt{6}\pi$  (B)  $4\sqrt{3}\pi$  (C)  $4\sqrt{6}\pi$  (D)  $6\sqrt{3}\pi$
- 已知  $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$ , 直线  $x = \frac{\pi}{4}$  和  $x = \frac{5\pi}{4}$  是函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  图象的两条相邻的对称轴, 则  $\varphi =$  ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $\frac{3\pi}{4}$
- 等轴双曲线  $C$  的中心在原点, 焦点在  $x$  轴上,  $C$  与抛物线  $y^2 = 16x$  的准线交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 4\sqrt{3}$ , 则  $C$  的实轴长为 ( )  
 (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $2\sqrt{2}$  (C) 4 (D) 8

- 当  $0 < x \leq \frac{1}{2}$  时,  $4^x < \log_a x$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  (B)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$  (C)  $(1, \sqrt{2})$  (D)  $(\sqrt{2}, 2)$
- 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$ , 则  $\{a_n\}$  的前 60 项和为 ( )  
 (A) 3690 (B) 3660 (C) 1845 (D) 1830

### 二、填空题

- 曲线  $y = x(3 \ln x + 1)$  在点  $(1, 1)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.
- 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_3 + 3S_2 = 0$ , 则公比  $q =$ \_\_\_\_\_.
- 已知向量  $a, b$  夹角为  $45^\circ$ , 且  $|a| = 1, |2a - b| = \sqrt{10}$ , 则  $|b| =$ \_\_\_\_\_.
- 设函数  $f(x) = \frac{(x+1)^2 + \sin x}{x^2 + 1}$  的最大值为  $M$ , 最小值为  $m$ , 则  $M + m =$ \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

- 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边,  $a \cos C + \sqrt{3}a \sin C - b - c = 0$ .  
 (1) 求  $A$ ;  
 (2) 若  $a = 2$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 求  $b, c$ .

- 某花店每天以每枝 5 元的价格从农场购进若干枝玫瑰花, 然后以每枝 10 元的价格出售, 如果当天卖不完, 剩下的玫瑰花作垃圾处理.  
 (1) 若花店一天购进 16 枝玫瑰花, 求当天的利润  $y$  (单位: 元) 关于当天需求量  $n$  (单位: 枝,  $n \in \mathbf{N}$ ) 的函数解析式;  
 (2) 花店记录了 100 天玫瑰花的日需求量 (单位: 枝), 整理得下表:

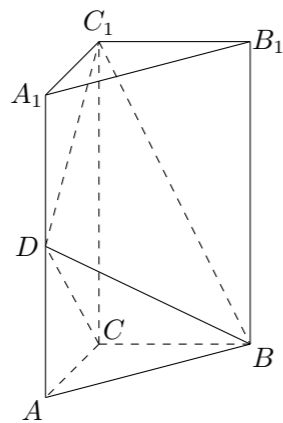
日需求量 $n$	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率.

① 假设花店在这 100 天内每天购进 17 枝玫瑰花, 求这 100 天的日利润 (单位: 元) 的平均数;

② 若花店一天购进 17 枝玫瑰花, 以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率, 求当天的利润不少于 75 元的概率.

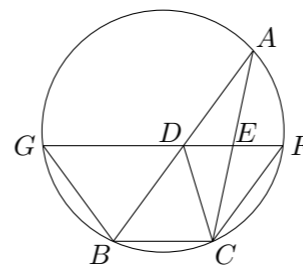
19. 如图, 三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 侧棱垂直底面,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC = \frac{1}{2}AA_1$ ,  $D$  是棱  $AA_1$  的中点.
- (1) 证明: 平面  $BDC_1 \perp$  平面  $BDC$ ;
  - (2) 平面  $BDC_1$  分此棱柱为两部分, 求这两部分体积的比.



21. 设函数  $f(x) = e^x - ax - 2$ .
- (1) 求  $f(x)$  的单调区间;
  - (2) 若  $a = 1$ ,  $k$  为整数, 且当  $x > 0$  时,  $(x - k)f'(x) + x + 1 > 0$ , 求  $k$  的最大值.

20. 设抛物线  $C: x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ ,  $A$  为  $C$  上一点, 已知以  $F$  为圆心,  $FA$  为半径的圆  $F$  交  $l$  于  $B, D$  两点.
- (1) 若  $\angle BFD = 90^\circ$ ,  $\triangle ABD$  的面积为  $4\sqrt{2}$ , 求  $p$  的值及圆  $F$  的方程;
  - (2) 若  $A, B, F$  三点在同一直线  $m$  上, 直线  $n$  与  $m$  平行, 且  $n$  与  $C$  只有一个公共点, 求坐标原点到  $m, n$  距离的比值.

22. 如图,  $D, E$  分别为  $\triangle ABC$  边  $AB, AC$  的中点, 直线  $DE$  交  $\triangle ABC$  的外接圆于  $F, G$  两点. 若  $CF \parallel AB$ , 证明:
- (1)  $CD = BC$ ;
  - (2)  $\triangle BCD \sim \triangle GBD$ .



23. 已知曲线  $C_1$  的参数方程是  $\begin{cases} x = 2 \cos \varphi, \\ y = 3 \sin \varphi, \end{cases}$  ( $\varphi$  是参数) 以坐标原点为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程是  $\rho = 2$ , 正方形  $ABCD$  的顶点都在  $C_2$  上, 且  $A, B, C, D$  依逆时针次序排列, 点  $A$  的极坐标为  $(2, \frac{\pi}{3})$ .
- (1) 求点  $A, B, C, D$  的直角坐标;
  - (2) 设  $P$  为  $C_1$  上任意一点, 求  $|PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 + |PD|^2$  的取值范围.

24. 已知函数  $f(x) = |x + a| + |x - 2|$ .
- (1) 当  $a = -3$  时, 求不等式  $f(x) \geq 3$  的解集;
  - (2) 若  $f(x) \leq |x - 4|$  的解集包含  $[1, 2]$ , 求  $a$  的取值范围.