

2012 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ()

- (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 10

2. 将 2 名教师, 4 名学生分成 2 个小组, 分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动, 每个小组由 1 名教师和 2 名学生组成, 不同的安排方案共有 ()

- (A) 12 种 (B) 10 种 (C) 9 种 (D) 8 种

3. 下面是关于复数 $z = \frac{2}{-1+i}$ 的四个命题: $p_1: |z| = 2$; $p_2: z^2 = 2i$; $p_3: z$ 的共轭复数为 $1+i$; $p_4: z$ 的虚部为 -1 . 其中的真命题为 ()

- (A) p_2, p_3 (B) p_1, p_2 (C) p_2, p_4 (D) p_3, p_4

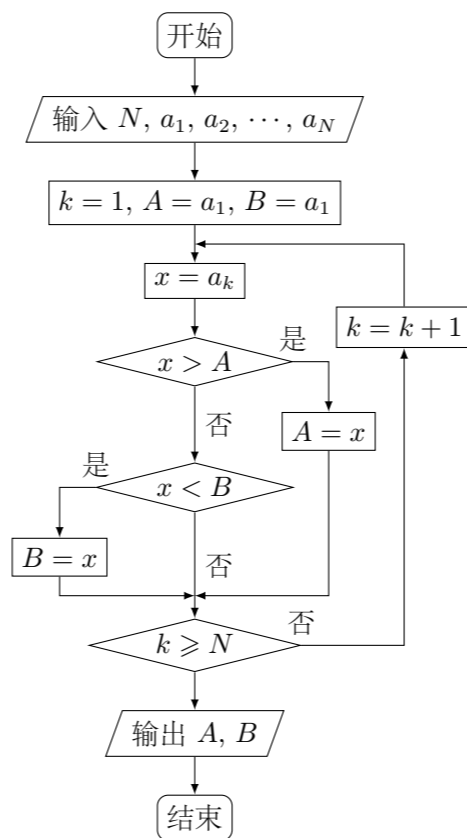
4. 设 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, P 为直线 $x = \frac{3a}{2}$ 上一点, $\triangle F_2PF_1$ 是底角为 30° 的等腰三角形, 则 E 的离心率为 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

5. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_4 + a_7 = 2$, $a_5 a_6 = -8$, 则 $a_1 + a_{10} =$ ()

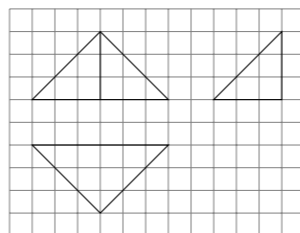
- (A) 7 (B) 5 (C) -5 (D) -7

6. 如果执行下面的程序框图, 输入正整数 $N (N \geq 2)$ 和实数 a_1, a_2, \dots, a_N , 输出 A, B , 则



- (A) $A + B$ 为 a_1, a_2, \dots, a_N 的和
 (B) $\frac{A+B}{2}$ 为 a_1, a_2, \dots, a_N 的算术平均数
 (C) A 和 B 分别是 a_1, a_2, \dots, a_N 中最大的数和最小的数
 (D) A 和 B 分别是 a_1, a_2, \dots, a_N 中最小的数和最大的数

7. 如图, 网格上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则此几何体的体积为 ()



- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 18

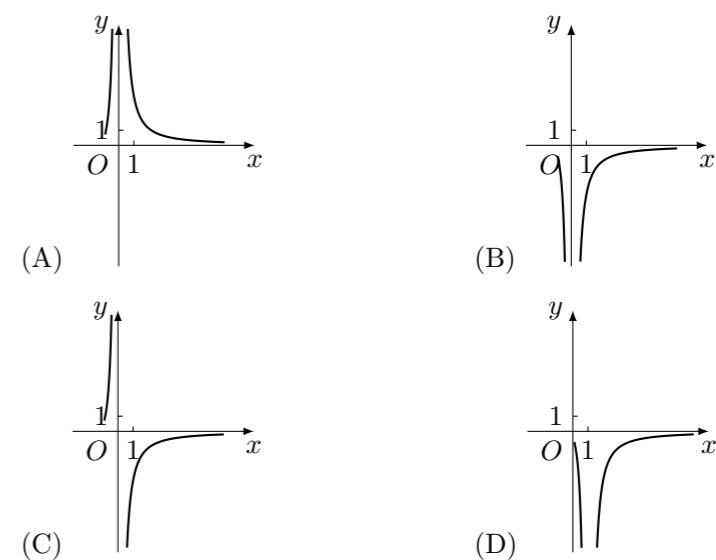
8. 等轴双曲线 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, C 与抛物线 $y^2 = 16x$ 的准线交于 A, B 两点, $|AB| = 4\sqrt{3}$, 则 C 的实轴长为 ()

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 8

9. 已知 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递减, 则 ω 的取值范围是 ()

- (A) $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$ (B) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ (C) $(0, \frac{1}{2}]$ (D) $(0, 2]$

10. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1) - x}$, 则 $y = f(x)$ 的图象大致为 ()



11. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形, SC 为球 O 的直径, 且 $SC = 2$, 则此棱锥的体积为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 设点 P 在曲线 $y = \frac{1}{2}e^x$ 上, 点 Q 在曲线 $y = \ln(2x)$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值为 ()

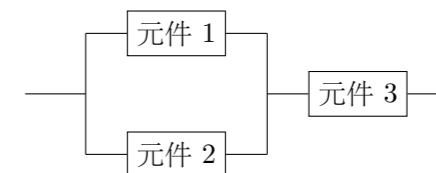
- (A) $1 - \ln 2$ (B) $\sqrt{2}(1 - \ln 2)$ (C) $1 + \ln 2$ (D) $\sqrt{2}(1 + \ln 2)$

二、填空题

13. 已知向量 a, b 夹角为 45° , 且 $|a| = 1, |2a - b| = \sqrt{10}$, 则 $|b| =$ _____.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq -1, \\ x + y \leq 3, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x - 2y$ 的取值范围为_____.

15. 某一部件由三个电子元件按下图方式连接而成, 元件 1 或元件 2 正常工作, 且元件 3 正常工作, 则部件正常工作. 设三个电子元件的使用寿命 (单位: 小时) 均服从正态分布 $N(1000, 50^2)$, 且各个元件能否正常工作相互独立, 那么该部件的使用寿命超过 1000 小时的概率为_____.



16. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + (-1)^n a_n = 2n - 1$, 则 $\{a_n\}$ 的前 60 项和为_____.

三、解答题

17. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $a \cos C + \sqrt{3}a \sin C - b - c = 0$.

- (1) 求 A ;
 (2) 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c .

18. 某花店每天以每枝 5 元的价格从农场购进若干枝玫瑰花, 然后以每枝 10 元的价格出售, 如果当天卖不完, 剩下的玫瑰花作垃圾处理.
- (1) 若花店一天购进 16 枝玫瑰花, 求当天的利润 y (单位: 元) 关于当天需求量 n (单位: 枝, $n \in \mathbf{N}$) 的函数解析式;
- (2) 花店记录了 100 天玫瑰花的日需求量 (单位: 枝), 整理得下表:

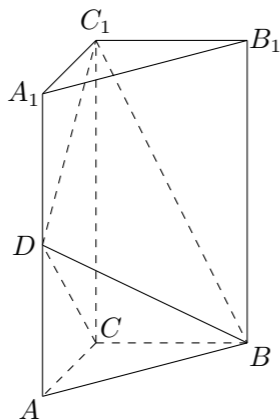
日需求量 n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以 100 天记录各需求量的频率作为各需求量发生的概率.

① 若花店一天购进 16 枝玫瑰花, X 表示当天的利润 (单位: 元), 求 X 的分布列、数学期望及方差;

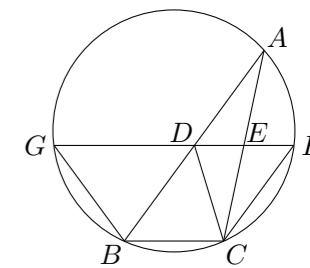
② 若花店计划一天购进 16 枝或 17 枝玫瑰花, 你认为应购进 16 枝还是 17 枝? 请说明理由.

19. 如图, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = BC = \frac{1}{2}AA_1$, D 是棱 AA_1 的中点, $DC_1 \perp BD$.
- (1) 证明: $DC_1 \perp BC$;
- (2) 求二面角 $A_1 - BD - C_1$ 的大小.



20. 设抛物线 $C: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 准线为 l , A 为 C 上一点, 已知以 F 为圆心, FA 为半径的圆 F 交 l 于 B, D 两点.
- (1) 若 $\angle BFD = 90^\circ$, $\triangle ABD$ 的面积为 $4\sqrt{2}$, 求 p 的值及圆 F 的方程;
- (2) 若 A, B, F 三点在同一直线 m 上, 直线 n 与 m 平行, 且 n 与 C 只有一个公共点, 求坐标原点到 m, n 距离的比值.

22. 如图, D, E 分别为 $\triangle ABC$ 边 AB, AC 的中点, 直线 DE 交 $\triangle ABC$ 的外接圆于 F, G 两点. 若 $CF \parallel AB$, 证明:
- (1) $CD = BC$;
- (2) $\triangle BCD \sim \triangle GBD$.



23. 已知曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x = 2 \cos \varphi, \\ y = 3 \sin \varphi, \end{cases}$ (φ 是参数) 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho = 2$, 正方形 $ABCD$ 的顶点都在 C_2 上, 且 A, B, C, D 依逆时针次序排列, 点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{3})$.
- (1) 求点 A, B, C, D 的直角坐标;
- (2) 设 P 为 C_1 上任意一点, 求 $|PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2 + |PD|^2$ 的取值范围.

21. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f'(1)e^{x-1} - f(0)x + \frac{1}{2}x^2$.
- (1) 求 $f(x)$ 的解析式及单调区间;
- (2) 若 $f(x) \geq \frac{1}{2}x^2 + ax + b$, 求 $(a+1)b$ 的最大值.

24. 已知函数 $f(x) = |x+a| + |x-2|$.
- (1) 当 $a = -3$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;
- (2) 若 $f(x) \leq |x-4|$ 的解集包含 $[1, 2]$, 求 a 的取值范围.