2012 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

一、选择题

1. 设集合 $A=\{x \mid 1<x<4\}$, 集合 $B=\{x \mid x^2-2x-3\leqslant 0\}$, 则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$ ( )

(A) $(1,4)$　(B) $(3,4)$　(C) $(1,3)$　(D) $(1,2)\cup(3,4)$

2. 已知 i 是虚数单位, 则 $\dfrac{3+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=$ ( )

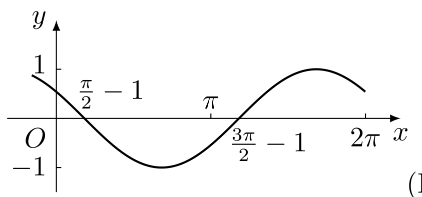
(A) $1-2\mathrm{i}$　(B) $2-\mathrm{i}$　(C) $2+\mathrm{i}$　(D) $1+2\mathrm{i}$

3. 设 $a\in\mathbf{R}$, 则“$a=1$”是“直线 l_1: $ax+2y-1=0$ 与直线 l_2: $x+(a+1)y+4=0$ 平行”的 ( )

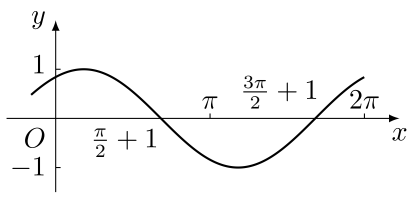
(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

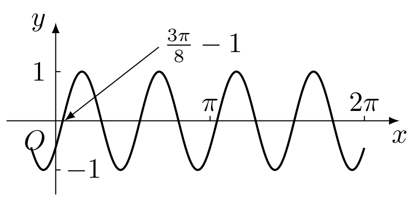
4. 把函数 $y=\cos 2x+1$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 然后向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度, 得到的图象是 ( )



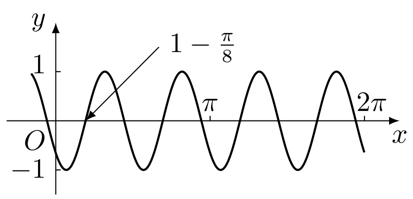
(A)



(B)



(C)



(D)

5. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量. ( )

(A) 若 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

(B) 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

(C) 若 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$, 则存在实数 λ, 使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

(D) 若存在实数 λ, 使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$

6. 若从 1, 2, 3, $\cdots$, 9 这 9 个整数中同时取 4 个不同的数, 其和为偶数, 则不同的取法共有 ( )

(A) 60 种　(B) 63 种　(C) 65 种　(D) 66 种

7. 设 S_n 是公差为 $d\ (d\neq 0)$ 的无穷等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则下列命题错误的是 ( )

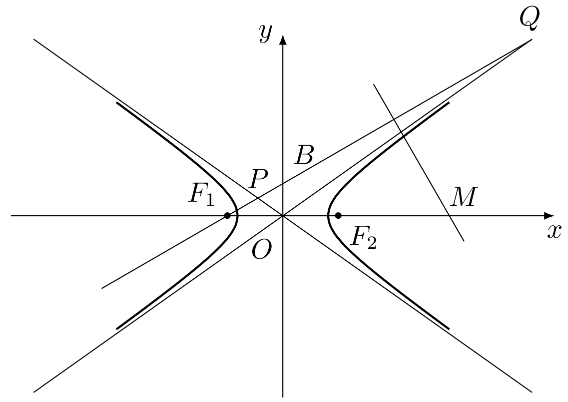
(A) 若 $d<0$, 则数列 $\{S_n\}$ 有最大项

(B) 若数列 $\{S_n\}$ 有最大项, 则 $d<0$

(C) 若数列 $\{S_n\}$ 是递增数列, 则对任意 $n\in\mathbf{N}^*$, 均有 $S_n>0$

(D) 若对任意 $n\in\mathbf{N}^*$, 均有 $S_n>0$, 则数列 $\{S_n\}$ 是递增数列

8. 如图, F_1, F_2 分别是双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a,\ b>0)$ 的左、右焦点, B 是虚轴的端点, 直线 F_1B 与 C 的两条渐近线分别交于 P, Q 两点, 线段 PQ 的垂直平分线与 x 轴交于点 M. 若 $|MF_2|=|F_1F_2|$, 则 C 的离心率是( )



(A) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(B) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $\sqrt{3}$

9. 设 $a>0$, $b>0$. ( )

(A) 若 $2^a+2a=2^b+3b$, 则 $a>b$　(B) 若 $2^a+2a=2^b+3b$, 则 $a<b$

(C) 若 $2^a-2a=2^b-3b$, 则 $a>b$　(D) 若 $2^a-2a=2^b-3b$, 则 $a<b$

10. 已知矩形 $ABCD$, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, 将 $\triangle ABD$ 沿矩形的对角线 BD 所在的直线进行翻折, 在翻折过程中 ( )

(A) 存在某个位置, 使得直线 AC 与直线 BD 垂直

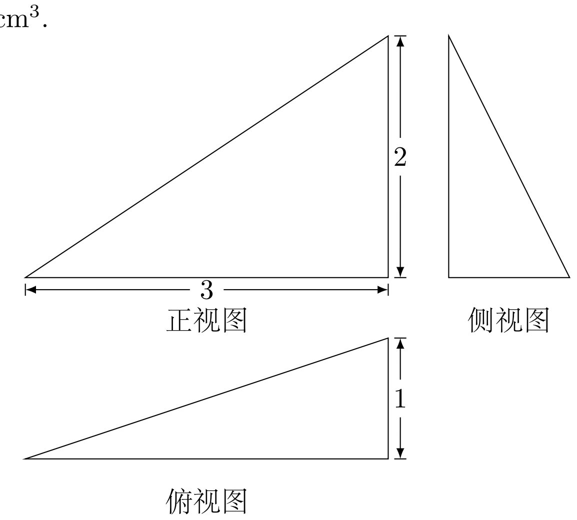
(B) 存在某个位置, 使得直线 AB 与直线 CD 垂直

(C) 存在某个位置, 使得直线 AD 与直线 BC 垂直

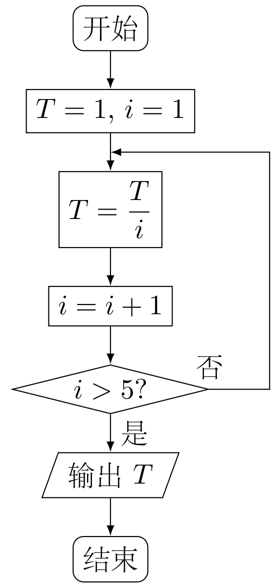
(D) 对任意位置, 三对直线“AC 与 BD”, “AB 与 CD”, “AD 与 BC”均不垂直

二、填空题

11. 已知某三棱锥的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则该三棱锥的体积等于______cm^3.



12. 若某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的值是______.



13. 设公比为 $q\ (q>0)$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $S_2=3a_2+2$, $S_4=3a_4+2$, 则 $q=$______.

14. 若将函数 $f(x)=x^5$ 表示为 $f(x)=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\cdots+a_5(1+x)^5$, 其中 a_0, a_1, a_2, $\cdots$, a_5 为实数, 则 $a_3=$______.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, $AM=3$, $BC=10$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$______.

16. 定义: 曲线 C 上的点到直线 l 的距离的最小值称为曲线 C 到直线 l 的距离. 已知曲线 C_1: $y=x^2+a$ 到直线 l: $y=x$ 的距离等于曲线 C_2: $x^2+(y+4)^2=2$ 到直线 l: $y=x$ 的距离, 则实数 $a=$______.

17. 设 $a\in\mathbf{R}$, 若 $x>0$ 时均有 $[(a-1)x-1](x^2-ax-1)\geqslant 0$, 则 $a=$______.

三、解答题

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 已知 $\cos A=\dfrac{2}{3}$, $\sin B=\sqrt{5}\cos C$.

(1) 求 $\tan C$ 的值;

(2) 若 $a=\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. 已知箱中装有 4 个白球和 5 个黑球, 且规定: 取出一个白球得 2 分, 取出一个黑球得 1 分. 现从该箱中任取 (无放回, 且每球取到的机会均等)3 个球, 记随机变量 X 为取出此 3 球所得分数之和.

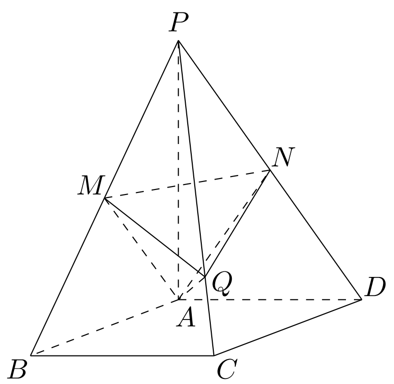
(1) 求 X 的分布列;

(2) 求 X 的数学期望 $E(X)$.

20. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是边长为 $2\sqrt{3}$ 的菱形, $\angle BAD=120^\circ$, 且 $PA\perp$ 平面 $ABCD$, $PA=2\sqrt{6}$, M, N 分别为 PB, PD 的中点.

(1) 证明: $MN\,/\!/$ 平面 $ABCD$;

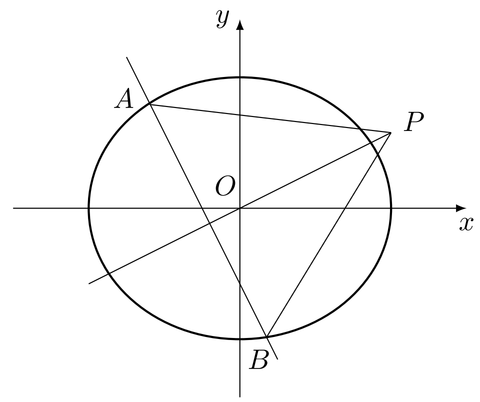
(2) 过点 A 作 $AQ\perp PC$, 垂足为点 Q, 求二面角 $A-MN-Q$ 的平面角的余弦值.



21. 如图, 椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$, 其左焦点到点 $P(2,1)$ 的距离为 $\sqrt{10}$, 不过原点 O 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点, 且线段 AB 被直线 OP 平分.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 求 $\triangle ABP$ 面积取最大值时直线 l 的方程.



22. 已知 $a>0$, $b\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=4ax^3-2bx-a+b$.

(1) 证明: 当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时,

① 函数 $f(x)$ 的最大值为 $|2a-b|+a$;

② $f(x)+|2a-b|+a\geqslant 0$;

(2) 若 $-1\leqslant f(x)\leqslant 1$ 对 $x\in[0,1]$ 恒成立, 求 $a+b$ 的取值范围.