2012 普通高等学校招生考试 (湖北卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0,\ x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x\mid 0<x<5,\ x\in\mathbf{N}\}$, 则满足条件 $A\subseteq C\subseteq B$ 的集合 C 的个数为 ( )

   (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 容量为 20 的样本数据, 分组后的频数如下表:

分组	$[10,20)$	$[20,30)$	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$
频数	2	3	4	5	4	2

   则样本数据落在区间 $[10,40)$ 的频率为 ( )

   (A) 0.35 (B) 0.45 (C) 0.55 (D) 0.65

3. 函数 $f(x)=x\cos 2x$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上的零点的个数为 ( )

   (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

4. 命题"存在一个无理数, 它的平方是有理数"的否定是 ( )

   (A) 任意一个有理数, 它的平方是有理数

   (B) 任意一个无理数, 它的平方不是有理数

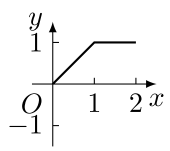
   (C) 存在一个有理数, 它的平方是有理数

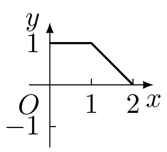
   (D) 存在一个无理数, 它的平方不是有理数

5. 过点 $P(1,1)$ 的直线, 将圆形区域 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 4\}$ 分为两部分, 使得这两部分的面积之差最大, 则该直线的方程为 ( )

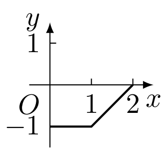
   (A) $x+y-2=0$ (B) $y-1=0$ (C) $x-y=0$ (D) $x+3y-4=0$

6. 已知定义在区间 $[0,2]$ 上的函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示, 则 $y=-f(2-x)$ 的图象为 ( )

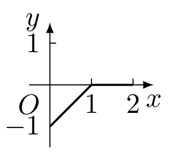




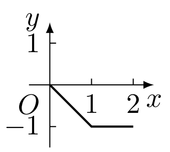
(A)



(B)



(C)



(D)

7. 定义在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$, 如果对于任意给定的等比数列 $\{a_n\}$, $\{f(a_n)\}$ 仍是等比数列, 则称 $f(x)$ 为"保等比数列函数". 现有定义在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上的如下函数:

   ① $f(x)=x^2$; ② $f(x)=2^x$; ③ $f(x)=\sqrt{|x|}$; ④ $f(x)=\ln|x|$.

   则其中是"保等比数列函数"的 $f(x)$ 的序号为 ( )

   (A) ①② (B) ③④ (C) ①③ (D) ②④

8. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 若三边的长为连续的三个正整数, 且 $A>B>C$, $3b=20a\cos A$, 则 $\sin A:\sin B:\sin C$ 为( )

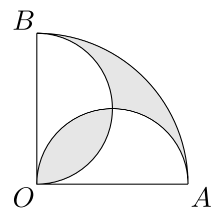
   (A) $4:3:2$ (B) $5:6:7$ (C) $5:4:3$ (D) $6:5:4$

9. 设 $a, b, c\in\mathbf{R}_+$, 则"$abc=1$"是"$\dfrac{1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}+\dfrac{1}{\sqrt{c}}\leqslant a+b+c$"的 ( )

   (A) 充分条件但不是必要条件 (B) 必要条件但不是充分条件

   (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要的条件

10. 如图, 在圆心角为直角的扇形 OAB 中, 分别以 OA, OB 为直径作两个半圆. 在扇形 OAB 内随机取一点, 则此点取自阴影部分的概率是 ( )



   (A) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{\pi}$ (B) $\dfrac{1}{\pi}$ (C) $1-\dfrac{2}{\pi}$ (D) $\dfrac{2}{\pi}$

二、填空题

11. 一支田径运动队有男运动员 56 人, 女运动员 42 人. 现用分层抽样的方法抽取若干人, 若抽取的男运动员有 8 人, 则抽取的女运动员有______人.

12. 若 $\dfrac{3+b\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=a+b\mathrm{i}$ (a, b 为实数, i 为虚数单位), 则 $a+b=$______.

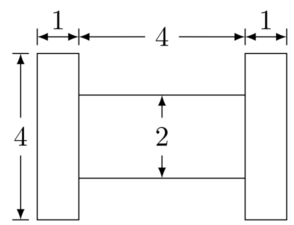
13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$, $\boldsymbol{b}=(1,1)$, 则

    (1) 与 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 同向的单位向量的坐标表示为______;

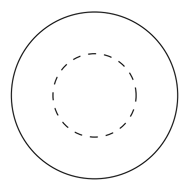
    (2) 向量 $\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 夹角的余弦值为______.

14. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y\geqslant -1,\\ x+y\geqslant 1,\\ 3x-y\leqslant 3,\end{cases}$ 则目标函数 $z=2x+3y$ 的最小值是______.

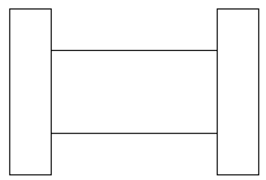
15. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为______.



正视图

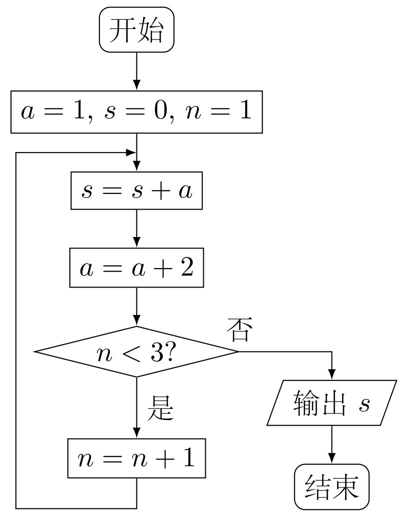


侧视图

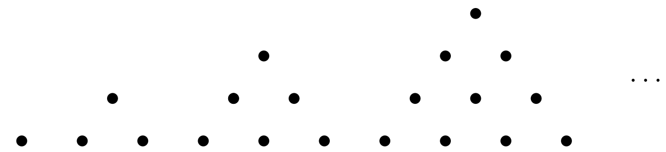


俯视图

16. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的结果 $s=$______.



17. 传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家经常在沙滩上画点或用小石子表示数. 他们研究过如图所示的三角形数:



    将三角形数 1, 3, 6, 10, $\cdots$ 记为数列 $\{a_n\}$, 将可被 5 整除的三角形数按从小到大的顺序组成一个新数列 $\{b_n\}$, 可以推测:

    (1) b_{2012} 是数列 $\{a_n\}$ 中的第______项;

    (2) $b_{2k-1}=$______. (用 k 表示)

三、解答题

18. 设函数 $f(x)=\sin^2\omega x+2\sqrt{3}\sin\omega x\cdot\cos\omega x-\cos^2\omega x+\lambda$ ($x\in\mathbf{R}$) 的图象关于直线 $x=\pi$ 对称, 其中 ω, λ 为常数, 且 $\omega\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$.

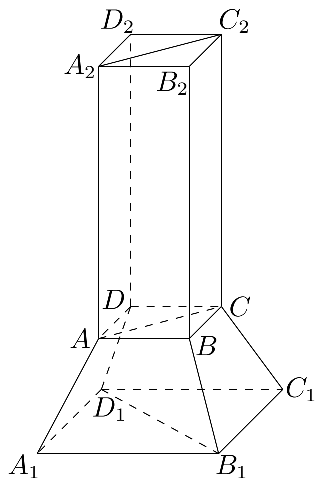
    (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

    (2) 若 $y=f(x)$ 的图象经过点 $\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$, 求函数 $f(x)$ 的值域.

19. 某个实心零部件的形状是如图所示的几何体, 其下部是底面均是正方形, 侧面是全等的等腰梯形的四棱台 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$, 上部是一个底面与四棱台的上底面重合, 侧面是全等的矩形的四棱柱 $ABCD-A_2B_2C_2D_2$.

(1) 证明: 直线 $B_1D_1 \perp$ 平面 ACC_2A_2;

(2) 现需要对该零部件表面进行防腐处理. 已知 $AB=10$, $A_1B_1=20$, $AA_2=30$, $AA_1=13$ (单位: 厘米), 每平方厘米的加工处理费用为 0.20 元, 需加工处理费多少元?



20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 前三项的和为 -3, 前三项的积为 8.

(1) 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 a_2, a_3, a_1 成等比数列, 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和.

21. 设 A 是单位圆 $x^2+y^2=1$ 上的任意一点, l 是过点 A 与 x 轴垂直的直线, D 是直线 l 与 x 轴的交点, 点 M 在直线 l 上, 且满足 $|DM|=m|DA|$ ($m>0$ 且 $m\neq 1$). 当点 A 在圆上运动时, 记点 M 的轨迹为曲线 C.

(1) 求曲线 C 的方程, 判断曲线 C 为何种圆锥曲线, 并求其焦点坐标;

(2) 过原点且斜率为 k 的直线交曲线 C 于 P, Q 两点, 其中 P 在第一象限, 它在 y 轴上的射影为点 N, 直线 QN 交曲线 C 于另一点 H. 是否存在 m, 使得对任意的 $k>0$, 都有 $PQ \perp PH$? 若存在, 求 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. 设函数 $f(x)=ax^n(1-x)+b$ $(x>0)$, n 为正整数, a, b 为常数. 曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $x+y=1$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(3) 证明: $f(x)<\dfrac{1}{n\mathrm{e}}$.