# 2012 普通高等学校招生考试 (福建卷文)

## 一、选择题

1. 复数 $(2+\mathrm{i})^2$ 等于 ( )

(A) $3+4\mathrm{i}$ (B) $5+4\mathrm{i}$ (C) $3+2\mathrm{i}$ (D) $5+2\mathrm{i}$

2. 已知集合 $M=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $N=\{-2,\ 2\}$, 下列结论成立的是 ( )

(A) $N\subseteq M$ (B) $M\cup N=M$

(C) $M\cap N=N$ (D) $M\cap N=\{2\}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x-1,2)$, $\boldsymbol{b}=(2,1)$, 则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 ( )

(A) $x=-\dfrac{1}{2}$ (B) $x=-1$ (C) $x=5$ (D) $x=0$

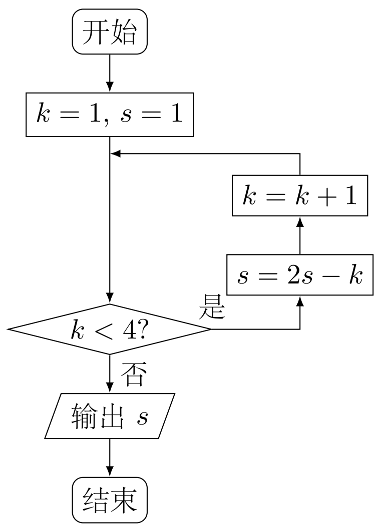
4. 一个几何体的三视图形状都相同, 大小均相等, 那么这个几何体不可以是 ( )

(A) 球 (B) 三棱锥 (C) 正方体 (D) 圆柱

5. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 的右焦点为 $(3,0)$, 则该双曲线的离心率等于( )

(A) $\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$ (B) $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) $\dfrac{4}{3}$

6. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的 $s$ 值等于 ( )




(A) $-3$ (B) $-10$ (C) $0$ (D) $-2$

7. 直线 $x+\sqrt{3}y-2=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 $A$, $B$ 两点, 则弦 $AB$ 的长度等于 ( )

(A) $2\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $1$

8. 函数 $f(x)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的图象的一条对称轴是 ( )

(A) $x=\dfrac{\pi}{4}$ (B) $x=\dfrac{\pi}{2}$ (C) $x=-\dfrac{\pi}{4}$ (D) $x=-\dfrac{\pi}{2}$

9. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}1, & x\ \text{为有理数},\\ 0, & x\ \text{为无理数},\end{cases}$ 则 $f(g(\pi))$ 的值为 ( )

(A) $1$ (B) $0$ (C) $-1$ (D) $\pi$

10. 若直线 $y=2x$ 上存在点 $(x,y)$ 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-3\leqslant 0,\\ x-2y-3\leqslant 0,\\ x\geqslant m,\end{cases}$ 则实数 $m$ 的最大值为 ( )

(A) $-1$ (B) $1$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) $2$

11. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=n\cos\dfrac{n\pi}{2}$, 其前 $n$ 项和为 $S_n$, 则 $S_{2012}$ 等于( )

(A) 1006 (B) 2012 (C) 503 (D) 0

12. 已知 $f(x)=x^3-6x^2+9x-abc$, $a<b<c$, 且 $f(a)=f(b)=f(c)=0$. 现给出如下结论: ① $f(0)f(1)>0$; ② $f(0)f(1)<0$; ③ $f(0)f(3)>0$; ④ $f(0)f(3)<0$. 其中正确结论的序号是 ( )

(A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

## 二、填空题

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle BAC=60°$, $\angle ABC=45°$, $BC=\sqrt{3}$, 则 $AC=$______.

14. 一支田径队有男女运动员 98 人, 其中男运动员有 56 人. 按男女比例用分层抽样的方法, 从全体运动员中抽出一个容量为 28 的样本, 那么应抽取女运动员人数是______.

15. 已知关于 $x$ 的不等式 $x^2-ax+2a>0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 则实数 $a$ 的取值范围是______.

16. 某地区规划道路建设, 考虑道路铺设方案. 方案设计图中, 点表示城市, 两点之间连线表示两城市间可铺设道路, 连线上数据表示两城市间铺设道路的费用, 要求从任一城市都能到达其余各城市, 并且铺设道路的总费用最小. 例如: 在三个城市道路设计中, 若城市间可铺设道路的线路图如图 1, 则最优设计方案如图 2, 此时铺设道路的最小总费用为 10. 现给出该地区可铺设道路的线路图如图 3, 则铺设道路的最小总费用为______.

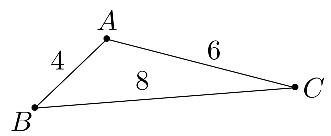



图 1

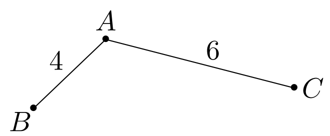



图 2

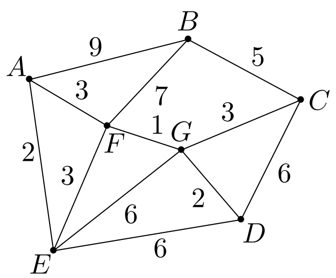



图 3

## 三、解答题

17. 在等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1=b_1=1$, $b_4=8$, $\{a_n\}$ 的前 10 项和 $S_{10}=55$.

(1) 求 $a_n$ 和 $b_n$;

(2) 现分别从 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 3 项中各随机抽取一项, 写出相应的基本事件, 并求这两项的值相等的概率.

18. 某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价, 将该产品按事先拟定的价格进行试销, 得到如下数据:

| 单价 $x$ (元) | 8 | 8.2 | 8.4 | 8.6 | 8.8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 销量 $y$ (件) | 90 | 84 | 83 | 80 | 75 | 68 |

(1) 求回归直线方程 $\hat{y}=bx+a$, 其中 $b=-20$, $a=\overline{y}-b\overline{x}$;

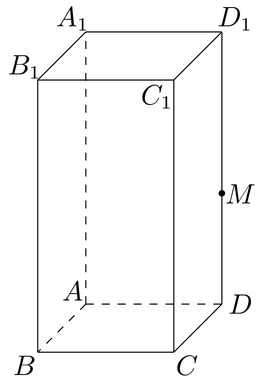
(2) 预计在今后的销售中, 销量与单价仍然服从 (1) 中的关系, 且该产品的成本是 4 元/件, 为使工厂获得最大利润, 该产品的单价应定为多少元?

(利润 = 销售收入 − 成本)

19. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=1$, $AA_1=2$, $M$ 为棱 $DD_1$ 上的一点.

(1) 求三棱锥 $A-MCC_1$ 的体积;

(2) 当 $A_1M+MC$ 取得最小值时, 求证: $B_1M\perp$ 平面 $MAC$.




20. 某同学在一次研究性学习中发现, 以下五个式子的值都等于同一个常数:

① $\sin^2 13^\circ+\cos^2 17^\circ-\sin 13^\circ\cos 17^\circ$;

② $\sin^2 15^\circ+\cos^2 15^\circ-\sin 15^\circ\cos 15^\circ$;

③ $\sin^2 18^\circ+\cos^2 12^\circ-\sin 18^\circ\cos 12^\circ$;

④ $\sin^2(-18^\circ)+\cos^2 48^\circ-\sin(-18^\circ)\cos 48^\circ$;

⑤ $\sin^2(-25^\circ)+\cos^2 55^\circ-\sin(-25^\circ)\cos 55^\circ$.

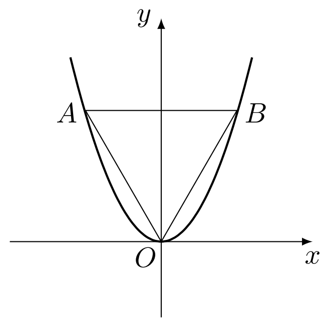
(1) 试从上述五个式子中选择一个, 求出这个常数;

(2) 根据 (1) 的计算结果, 将该同学的发现推广为三角恒等式, 并证明你的结论.

21. 如图, 等边三角形 $OAB$ 的边长为 $8\sqrt{3}$, 且其三个顶点均在抛物线 $E$: $x^2=2py\ (p>0)$ 上.

(1) 求抛物线 $E$ 的方程;

(2) 设动直线 $l$ 与抛物线 $E$ 相切于点 $P$, 与直线 $y=-1$ 相交于点 $Q$. 证明: 以 $PQ$ 为直径的圆恒过 $y$ 轴上某定点.




22. 已知函数 $f(x)=ax\sin x-\dfrac{3}{2}\ (a\in\mathbf{R})$, 且在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值为 $\dfrac{\pi-3}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内的零点个数, 并加以证明.