2012 普通高等学校招生考试 (辽宁卷理)

一、选择题

1. 已知全集 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$, 集合 $A=\{0,\ 1,\ 3,\ 5,\ 8\}$, 集合 $B=\{2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$, 则 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$ ( )

(A) $\{5,\ 8\}$　(B) $\{7,\ 9\}$　(C) $\{0,\ 1,\ 3\}$　(D) $\{2,\ 4,\ 6\}$

2. 复数 $\dfrac{2-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=$ ( )

(A) $\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　(B) $\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　(C) $1-\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　(D) $1+\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$

3. 已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$, 则下面结论正确的是 ( )

(A) $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　(B) $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

(C) $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$　(D) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

4. 已知命题 p: $\forall x_1,\ x_2\in\mathbf{R},(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)\geqslant 0$, 则 $\neg p$ 是 ( )

(A) $\exists x_1,\ x_2\in\mathbf{R},(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)\leqslant 0$

(B) $\forall x_1,\ x_2\in\mathbf{R},(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)\leqslant 0$

(C) $\exists x_1,\ x_2\in\mathbf{R},(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)< 0$

(D) $\forall x_1,\ x_2\in\mathbf{R},(f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)< 0$

5. 一排 9 个座位坐了 3 个三口之家, 若每家人坐在一起, 则不同的坐法种数为 ( )

(A) $3\times 3!$　(B) $3\times(3!)^3$　(C) $(3!)^4$　(D) $9!$

6. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4+a_8=16$, 则该数列前 11 项和 $S_{11}=$ ( )

(A) 58　(B) 88　(C) 143　(D) 176

7. 已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}$, $\alpha\in(0,\pi)$, 则 $\tan\alpha=$ ( )

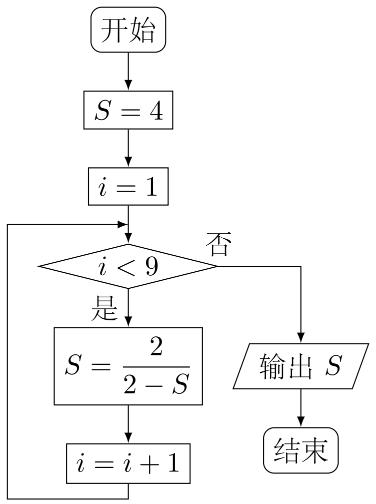
(A) -1　(B) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(D) 1

8. 设变量 x, y 满足 $\begin{cases}x-y\leqslant 10,\\ 0\leqslant x+y\leqslant 20,\\ 0\leqslant y\leqslant 15,\end{cases}$ 则 $2x+3y$ 的最大值为 ( )

(A) 20　(B) 35　(C) 45　(D) 55

9. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 S 值是 ( )

(A) -1　(B) $\dfrac{3}{2}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) 4



10. 在长为 12 cm 的线段 AB 上任取一点 C. 现作一矩形, 邻边长分别等于线段 AC, CB 的长, 则该矩形面积小于 32 cm^2 的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{6}$　(B) $\dfrac{1}{3}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) $\dfrac{4}{5}$

11. 设函数 $f(x)$ $(x\in\mathbf{R})$ 满足 $f(-x)=f(x)$, $f(x)=f(2-x)$, 且当 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=x^3$. 又函数 $g(x)=|x\cos(\pi x)|$, 则函数 $h(x)=g(x)-f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$ 上的零点个数为 ( )

(A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8

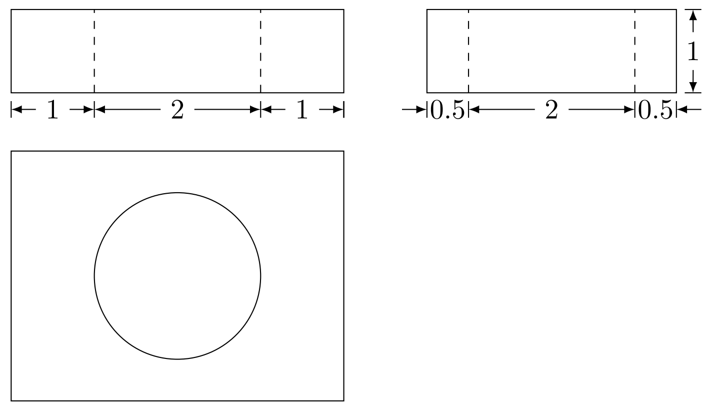
12. 若 $x\in[0,+\infty)$, 则下列不等式恒成立的是 ( )

(A) $\mathrm{e}^x\leqslant 1+x+x^2$　(B) $\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}\leqslant 1-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}x^2$

(C) $\cos x\geqslant 1-\dfrac{1}{2}x^2$　(D) $\ln(1+x)\geqslant x-\dfrac{1}{8}x^2$

二、填空题

13. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为______.



14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, 且 $a_5^2=a_{10}$, $2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$______.

15. 已知 P, Q 为抛物线 $x^2=2y$ 上两点, 点 P, Q 的横坐标分别为 4, -2, 过 P, Q 分别作抛物线的切线, 两切线交于 A, 则点 A 的纵坐标为______.

16. 已知正三棱锥 $P-ABC$, 点 P, A, B, C 都在半径为 $\sqrt{3}$ 的球面上. 若 PA, PB, PC 两两互相垂直, 则球心到截面 ABC 的距离为______.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 角 A, B, C 成等差数列.

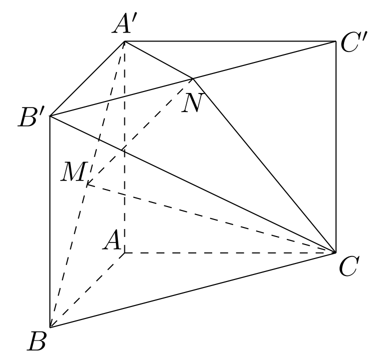
(1) 求 $\cos B$ 的值;

(2) 若边 a, b, c 成等比数列, 求 $\sin A\sin C$ 的值.

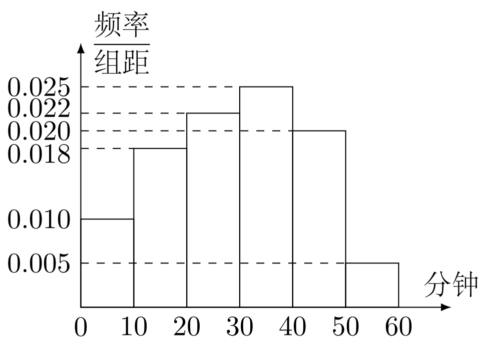
18. 如图, 直三棱柱 $ABC-A'B'C'$, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=\lambda AA'$, 点 M, N 分别为 $A'B$ 和 $B'C'$ 的中点.

(1) 证明: $MN\parallel$ 平面 $A'ACC'$;

(2) 若二面角 $A'-MN-C$ 为直二面角, 求 λ 的值.



19. 电视传媒公司为了解某地区电视观众对某类体育节目的收视情况, 随机抽取了 100 名观众进行调查. 下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图:



将日均收看该体育节目时间不低于 40 分钟的观众称为“体育迷”.

(1) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表, 并据此资料你是否认为“体育迷”与性别有关?

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女		10	55
合计			

(2) 将上述调查所得到的频率视为概率. 现在从该地区大量电视观众中, 采用随机抽样方法每次抽取一名观众, 抽取 3 次, 记被抽取的 3 名观众中的“体育迷”人数为 X. 若每次抽取的结果是相互独立的, 求 X 的分布列, 期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$.

附: $\chi^2=\dfrac{n\left(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21}\right)^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$,

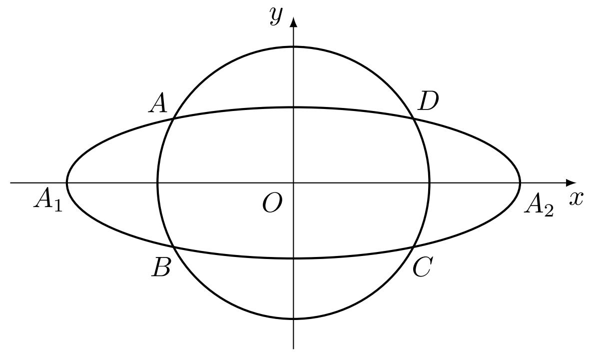
$P\left(\chi^2\geqslant k\right)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

.

20. 如图, 椭圆 C_0: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$, a, b 为常数), 动圆 C_1: $x^2+y^2=t_1^2$, $b<t_1<a$. 点 A_1, A_2 分别为 C_0 的左, 右顶点, C_1 与 C_0 相交于 A, B, C, D 四点.

(1) 求直线 AA_1 与直线 A_2B 交点 M 的轨迹方程;

(2) 设动圆 C_2: $x^2+y^2=t_2^2$ 与 C_0 相交于 A', B', C', D' 四点, 其中 $b<t_2<a$, $t_1\neq t_2$. 若矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$ 的面积相等, 证明: $t_1^2+t_2^2$ 为定值.



21. 设 $f(x)=\ln(x+1)+\sqrt{x+1}+ax+b$ (a, $b\in\mathbf{R}$, a, b 为常数), 曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=\dfrac{3}{2}x$ 在 $(0,0)$ 点相切.

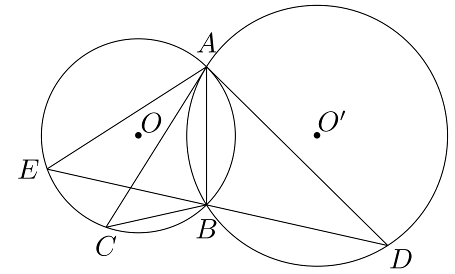
(1) 求 a, b 的值;

(2) 证明: 当 $0<x<2$ 时, $f(x)<\dfrac{9x}{x+6}$.

22. 如图, $\odot O$ 和 $\odot O'$ 相交于 A, B 两点, 过 A 作两圆的切线分别交两圆于 C, D 两点, 连接 DB 并延长交 $\odot O$ 于点 E. 证明:

(1) $AC\cdot BD=AD\cdot AB$;

(2) $AC=AE$.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 圆 C_1: $x^2+y^2=4$, 圆 C_2: $(x-2)^2+y^2=4$.

(1) 在以 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴的极坐标系中, 分别写出圆 C_1、C_2 的极坐标方程, 并求出圆 C_1, C_2 的交点坐标 (用极坐标表示);

(2) 求圆 C_1 与 C_2 的公共弦的参数方程.

24. 已知 $f(x)=|ax+1|$ ($a\in\mathbf{R}$), 不等式 $f(x)\leqslant 3$ 的解集为 $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$.

(1) 求 a 的值;

(2) 若 $\left|f(x)-2f\left(\dfrac{x}{2}\right)\right|\leqslant k$ 恒成立, 求 k 的取值范围.