

2012 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

一、选择题

1. 命题“若 p 则 q ”的逆命题是 ()

(A) 若 q 则 p (B) 若 $\neg p$ 则 $\neg q$
(C) 若 $\neg q$ 则 $\neg p$ (D) 若 p 则 $\neg q$
2. 不等式 $\frac{x-1}{x+2} < 0$ 的解集为 ()

(A) $(1, +\infty)$ (B) $(-\infty, -2)$
(C) $(-2, 1)$ (D) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
3. 设 A, B 为直线 $y = x$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的两个交点, 则 $|AB| =$ ()

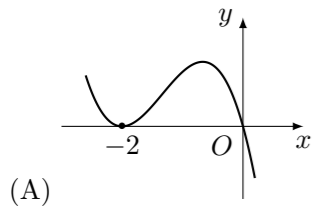
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2
4. $(1 - 3x)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为 ()

(A) -270 (B) -90 (C) 90 (D) 270
5. $\frac{\sin 47^\circ - \sin 17^\circ \cos 30^\circ}{\cos 17^\circ} =$ ()

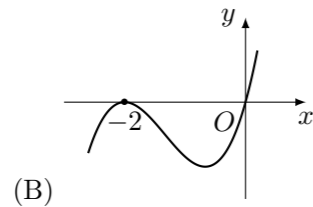
(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 设 $x \in \mathbf{R}$, 向量 $\mathbf{a} = (x, 1)$, $\mathbf{b} = (1, -2)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$ ()

(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) 10
7. 已知 $a = \log_2 3 + \log_2 \sqrt{3}$, $b = \log_2 9 - \log_2 \sqrt{3}$, $c = \log_3 2$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

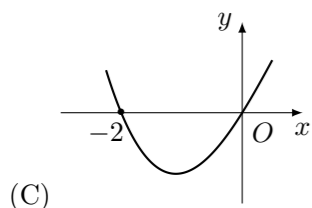
(A) $a = b < c$ (B) $a = b > c$ (C) $a < b < c$ (D) $a > b > c$
8. 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $f(x)$ 在 $x = -2$ 处取得极小值, 则函数 $y = xf'(x)$ 的图象可能是 ()



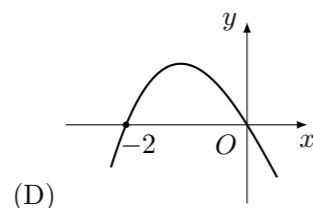
(A)



(B)



(C)



(D)

9. 设四面体的六条棱的长分别为 $1, 1, 1, 1, \sqrt{2}$ 和 a , 且长为 a 的棱与长为 $\sqrt{2}$ 的棱异面, 则 a 的取值范围是 ()

(A) $(0, \sqrt{2})$ (B) $(0, \sqrt{3})$ (C) $(1, \sqrt{2})$ (D) $(1, \sqrt{3})$

10. 设函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $g(x) = 3^x - 2$, 集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid f(g(x)) > 0\}$, $N = \{x \in \mathbf{R} \mid g(x) < 2\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()

(A) $(1, +\infty)$ (B) $(0, 1)$ (C) $(-1, 1)$ (D) $(-\infty, 1)$

二、填空题

11. 首项为 1, 公比为 2 的等比数列的前 4 项和 $S_4 =$ _____.
12. 若 $f(x) = (x+a)(x-4)$ 为偶函数, 则实数 $a =$ _____.
13. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 1, b = 2, \cos C = \frac{1}{4}$, 则 $\sin B =$ _____.
14. 设 P 为直线 $y = \frac{b}{3a}x$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 左支的交点, F_1 是左焦点, PF_1 垂直于 x 轴, 则双曲线的离心率 $e =$ _____.
15. 某艺校在一天的 6 节课中随机安排语文、数学、外语三门文化课和其他三门艺术课各 1 节, 则在课表上的相邻两节文化课之间至少间隔 1 节艺术课的概率为_____. (用数字作答)

三、解答题

16. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1 + a_3 = 8, a_2 + a_4 = 12$.
 - (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\{S_n\}$, 若 a_1, a_k, a_{k+2} 成等比数列, 求正整数 k 的值.

17. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx + c$ 在点 $x = 2$ 处取得极值 $c - 16$.
 - (1) 求 a, b 的值;
 - (2) 若 $f(x)$ 有极大值 28, 求 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最小值.

18. 甲、乙两人轮流投篮, 每人每次投一球. 约定甲先投且先投中者获胜, 一直到有人获胜或每人都已投球 3 次时投篮结束. 设甲每次投篮投中的概率为 $\frac{1}{3}$, 乙每次投篮投中的概率为 $\frac{1}{2}$, 且各次投篮互不影响.
 - (1) 求乙获胜的概率;
 - (2) 求投篮结束时乙只投了 2 个球的概率.

19. 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, -\pi < \varphi \leq \pi$) 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处取得最大值 2, 其图象与 x 轴的相邻两个交点的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

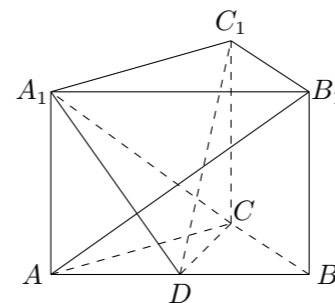
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求函数 $g(x) = \frac{6 \cos^4 x - \sin^2 x - 1}{f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$ 的值域.

20. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 4, AC = BC = 3, D$ 为 AB 的中点.

(1) 求异面直线 CC_1 和 AB 的距离;

(2) 若 $AB_1 \perp A_1C$, 求二面角 $A_1 - CD - B_1$ 的平面角的余弦值.



21. 如图, 设椭圆的中心为原点 O , 长轴在 x 轴上, 上顶点为 A , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 线段 OF_1, OF_2 的中点分别为 B_1, B_2 , 且 $\triangle AB_1B_2$ 是面积为 4 的直角三角形.

(1) 求该椭圆的离心率和标准方程;

(2) 过 B_1 作直线交椭圆于 P, Q 两点, 使 $PB_2 \perp QB_2$, 求 $\triangle PB_2Q$ 的面积.

