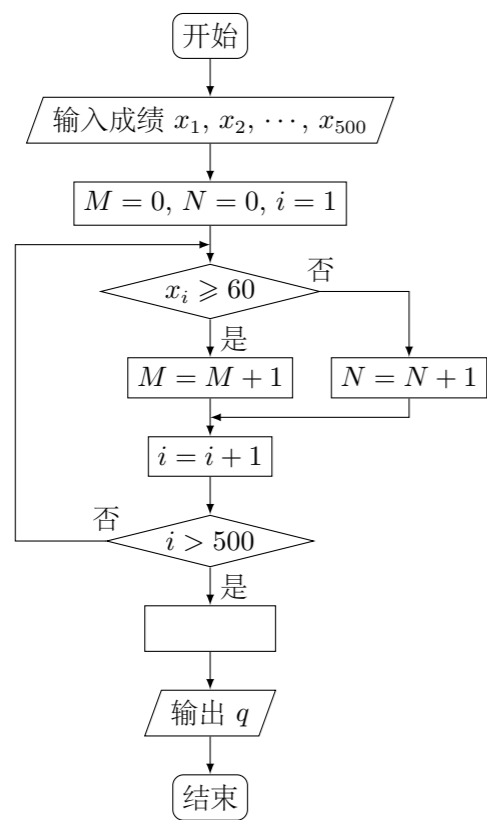


2012 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

一、选择题

1. 集合 $M = \{x | \lg x > 0\}$, $N = \{x | x^2 \leq 4\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) (1, 2) (B) [1, 2) (C) (1, 2] (D) [1, 2]
2. 下列函数中, 既是奇函数又是增函数的为 ()
 (A) $y = x + 1$ (B) $y = -x^3$ (C) $y = \frac{1}{x}$ (D) $y = x|x|$
3. 对某商店一个月内每天的顾客人数进行了统计, 得到样本的茎叶图 (如图所示), 则该样本的中位数、众数、极差分别是 ()
- | | |
|---|-----------------|
| 1 | 2 5 |
| 2 | 0 2 3 3 |
| 3 | 1 2 4 4 8 9 |
| 4 | 5 5 5 7 7 8 8 9 |
| 5 | 0 0 1 1 4 7 9 |
| 6 | 1 7 8 |
- (A) 46, 45, 56 (B) 46, 45, 53 (C) 47, 45, 56 (D) 45, 47, 53
4. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 则“ $ab = 0$ ”是“复数 $a + \frac{b}{i}$ 为纯虚数”的 ()
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
5. 如图所示是计算某年级 500 名学生期末考试 (满分为 100 分) 及格率 q 的程序框图, 则图中空白框内应填入 ()



(A) $q = \frac{N}{M}$ (B) $q = \frac{M}{N}$ (C) $q = \frac{N}{M+N}$ (D) $q = \frac{M}{M+N}$

6. 已知圆 $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$, l 是过点 $P(3, 0)$ 的直线, 则 ()
 (A) l 与 C 相交 (B) l 与 C 相切
 (C) l 与 C 相离 (D) 以上三个选项均有可能
7. 设向量 $\mathbf{a} = (1, \cos \theta)$ 与 $\mathbf{b} = (-1, 2 \cos \theta)$ 垂直, 则 $\cos 2\theta$ 等于 ()
 (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) -1
8. 将正方体 (如图 1 所示) 截去两个三棱锥, 得到图 2 所示的几何体, 则该几何体的左视图为 ()

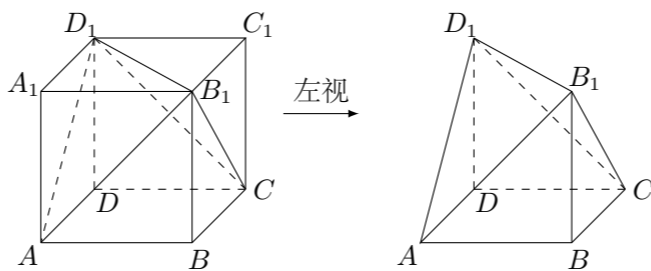
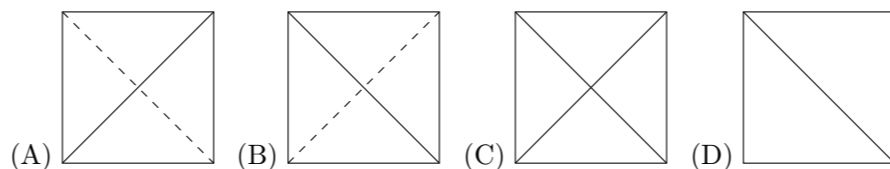


图 1

图 2



9. 设函数 $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$, 则 ()
 (A) $x = \frac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极大值点 (B) $x = \frac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极小值点
 (C) $x = 2$ 为 $f(x)$ 的极大值点 (D) $x = 2$ 为 $f(x)$ 的极小值点
10. 小王从甲地到乙地的往返时速分别为 a 和 b ($a < b$), 其全程的平均时速为 v , 则 ()
 (A) $a < v < \sqrt{ab}$ (B) $v = \sqrt{ab}$
 (C) $\sqrt{ab} < v < \frac{a+b}{2}$ (D) $v = \frac{a+b}{2}$

二、填空题

11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f(f(-4)) =$ _____.

12. 观察下列不等式:

$$1 + \frac{1}{2^2} < \frac{3}{2},$$

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} < \frac{5}{3},$$

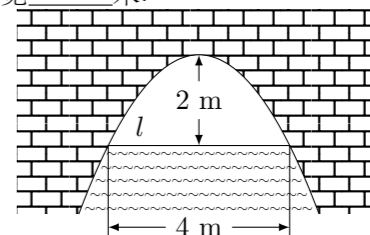
$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} < \frac{7}{4},$$

.....

照此规律, 第五个不等式为 _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边长分别为 a, b, c , 若 $a = 2, B = \frac{\pi}{6}, c = 2\sqrt{3}$, 则 $b =$ _____.

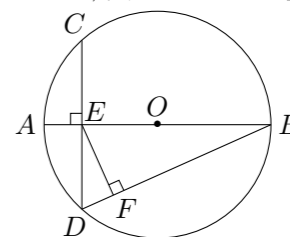
14. 如图是抛物线形拱桥, 当水面在 l 时, 拱顶离水面 2 米, 水面宽 4 米, 水位下降 1 米后, 水面宽 _____ 米.



15. 三选一.

【A】若存在实数 x 使 $|x - a| + |x - 1| \leq 3$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

【B】如图, 在圆 O 中, 直径 AB 与弦 CD 垂直, 垂足为 E , $EF \perp DB$, 垂足为 F , 若 $AB = 6, AE = 1$, 则 $DF \cdot DB =$ _____.



【C】直线 $2\rho \cos \theta = 1$ 与圆 $\rho = 2 \cos \theta$ 相交的弦长为 _____.

三、解答题

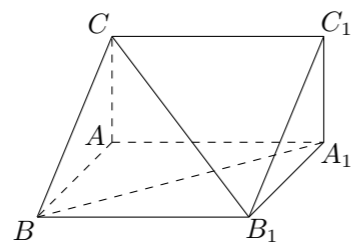
16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q = -\frac{1}{2}$.
- (1) 若 $a_3 = \frac{1}{4}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和;
- (2) 证明: 对任意 $k \in \mathbf{N}_+$, a_k, a_{k+2}, a_{k+1} 成等差数列.

17. 函数 $f(x) = A \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ ($A > 0, \omega > 0$) 的最大值为 3, 其图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

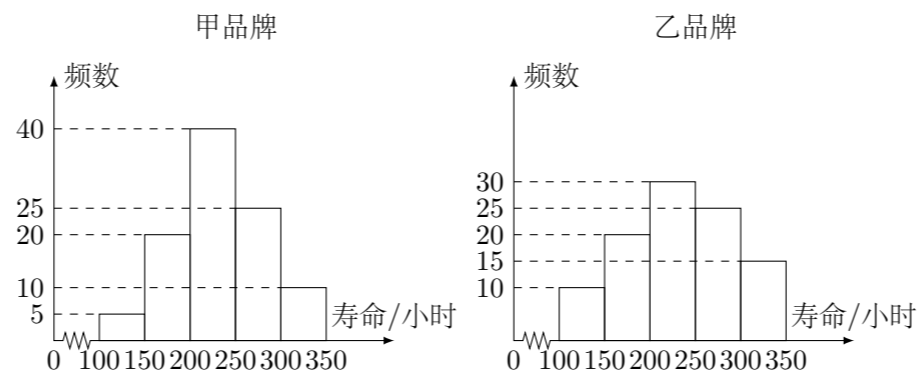
- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
 (2) 设 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2$, 求 α 的值.

18. 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1$, $\angle CAB = \frac{\pi}{2}$.

- (1) 证明: $CB_1 \perp BA_1$;
 (2) 已知 $AB = 2, BC = \sqrt{5}$, 求三棱锥 $C_1 - ABA_1$ 的体积.



19. 假设甲乙两种品牌的同类产品在某地区市场上销售量相等, 为了解他们的使用寿命, 现从两种品牌的产品中分别随机抽取 100 个进行测试, 结果统计如下:



- (1) 估计甲品牌产品寿命小于 200 小时的概率;
 (2) 这两种品牌产品中, 某个产品已使用了 200 小时, 试估计该产品是甲品牌的概率.

20. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 椭圆 C_2 以 C_1 的长轴为短轴, 且与 C_1 有相同的离心率.

- (1) 求椭圆 C_2 的方程;
 (2) 设 O 为坐标原点, 点 A, B 分别在椭圆 C_1 和 C_2 上, $\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OA}$, 求直线 AB 的方程.

21. 设函数 $f_n(x) = x^n + bx + c$ ($n \in \mathbf{N}_+, b, c \in \mathbf{R}$).

- (1) 设 $n \geq 2, b = 1, c = -1$, 证明: $f_n(x)$ 在区间 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 内存在唯一零点;
 (2) 设 n 为偶数, $|f(-1)| \leq 1, |f(1)| \leq 1$, 求 $b + 3c$ 的最小值和最大值;
 (3) 设 $n = 2$, 若对任意 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 有 $|f_2(x_1) - f_2(x_2)| \leq 4$, 求 b 的取值范围.