2013 普通高等学校招生考试 (大纲卷文)

一、选择题

1. 设全集 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, 集合 $A=\{1,\ 2\}$, 则 $\complement_U A=$ ( )

(A) $\{1,\ 2\}$ (B) $\{3,\ 4,\ 5\}$ (C) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ (D) $\varnothing$

2. 已知 α 是第二象限角, $\sin\alpha=\dfrac{5}{13}$, 则 $\cos\alpha=$ ( )

(A) $-\dfrac{12}{13}$ (B) $-\dfrac{5}{13}$ (C) $\dfrac{5}{13}$ (D) $\dfrac{12}{13}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(\lambda+1,1)$, $\boldsymbol{n}=(\lambda+2,2)$, 若 $(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})\perp(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n})$, 则 $\lambda=$ ( )

(A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

4. 不等式 $|x^2-2|<2$ 的解集是 ( )

(A) $(-1,1)$ (B) $(-2,2)$ (C) $(-1,0)\cup(0,1)$ (D) $(-2,0)\cup(0,2)$

5. $(x+2)^8$ 的展开式中 x^6 的系数是 ( )

(A) 28 (B) 56 (C) 112 (D) 224

6. 函数 $f(x)=\log_2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(x>0)$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2^x-1}\ (x>0)$ (B) $\dfrac{1}{2^x-1}\ (x\neq0)$ (C) $2^x-1\ (x\in\mathbf{R})$ (D) $2^x-1\ (x>0)$

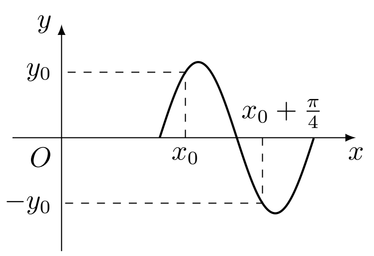
7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $3a_{n+1}+a_n=0$, $a_2=-\dfrac{4}{3}$, 则 $\{a_n\}$ 的前 10 项和等于 ( )

(A) $-6(1-3^{-10})$ (B) $\dfrac{1}{9}(1-3^{10})$ (C) $3(1-3^{-10})$ (D) $3(1+3^{-10})$

8. 已知 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$ 是椭圆 C 的两个焦点, 过 F_2 且垂直于 x 轴的直线交 C 于 A、B 两点, 且 $|AB|=3$, 则 C 的方程为 ( )

(A) $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ (B) $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$

9. 若函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)\ (\omega>0)$ 的部分图象如图所示, 则 $\omega=$ ( )



(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

10. 已知曲线 $y=x^4+ax^2+1$ 在点 $(-1,a+2)$ 处切线的斜率为 8, 则 $a=$( )

(A) 9 (B) 6 (C) -9 (D) -6

11. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB$, 则 CD 与平面 BDC_1 所成角的正弦值等于 ( )

(A) $\dfrac{2}{3}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (D) $\dfrac{1}{3}$

12. 已知抛物线 C: $y^2=8x$ 与点 $M(-2,2)$, 过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$, 则 $k=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

二、填空题

13. 设 $f(x)$ 是以 2 为周期的函数, 且当 $x\in[1,3)$ 时, $f(x)=x-2$, 则 $f(-1)=$______.

14. 从进入决赛的 6 名选手中决出 1 名一等奖, 2 名二等奖, 3 名三等奖, 则可能的决赛结果共有______种. (用数字作答)

15. 若 x, y 满足的约束条件 $\begin{cases}x\geqslant0,\\x+3y\geqslant4,\\3x+y\leqslant4,\end{cases}$ 则 $z=-x+y$ 的最小值为______.

16. 已知圆 O 和圆 K 是球 O 的大圆和小圆, 其公共弦长等于球 O 的半径, $OK=\dfrac{3}{2}$, 且圆 O 与圆 K 所在的平面所成的一个二面角为 $60°$, 则球 O 的表面积等于______.

三、解答题

17. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7=4$, $a_{19}=2a_9$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\dfrac{1}{na_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, $(a+b+c)(a-b+c)=ac$.

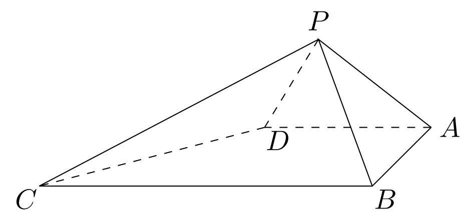
(1) 求 B;

(2) 若 $\sin A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$, 求 C.

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\angle ABC=\angle BAD=90°$, $BC=2AD$, $\triangle PAB$ 与 $\triangle PAD$ 都是边长为 2 的等边三角形.

(1) 证明: $PB\perp CD$;

(2) 求点 A 到平面 PCD 的距离.



20. 甲、乙、丙三人进行羽毛球练习赛, 其中两人比赛, 另一人当裁判, 每局比赛结束时, 负的一方在下一局当裁判. 设各局中双方获胜的概率均为 $\dfrac{1}{2}$, 各局比赛的结果都相互独立, 第 1 局甲当裁判.

(1) 求第 4 局甲当裁判的概率;

(2) 求前 4 局中乙恰好当 1 次裁判的概率.

21. 已知函数 $f(x)=x^3+3ax^2+3x+1$.

(1) 当 $a=-\sqrt{2}$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $x\in[2,+\infty)$ 时, $f(x)\geqslant 0$, 求 a 的取值范围.

22. 已知双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2, 离心率为 3, 直线 $y=2$ 与 C 的两个交点间的距离为 $\sqrt{6}$.

(1) 求 a、b;

(2) 设过 F_2 的直线 l 与 C 的左、右两支分别交于 A、B 两点, 且 $|AF_1|=|BF_1|$, 证明: $|AF_2|$、$|AB|$、$|BF_2|$ 成等比数列.