2013 普通高等学校招生考试 (山东卷文)

一、选择题

1. 复数 $z=\dfrac{(2-\mathrm{i})^2}{\mathrm{i}}$ (i 为虚数单位), 则 $|z|=$ ( )

(A) 25　(B) $\sqrt{41}$　(C) 5　(D) $\sqrt{5}$

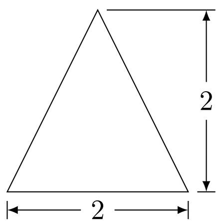
2. 已知集合 A, B 均为全集 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 的子集, 且 $\complement_U(A\cup B)=\{4\}$, $B=\{1,\ 2\}$, 则 $A\cap\complement_U B=$ ( )

(A) $\{3\}$　(B) $\{4\}$　(C) $\{3,\ 4\}$　(D) $\varnothing$

3. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x>0$ 时, $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$, 则 $f(-1)=$( )

(A) 2　(B) 1　(C) 0　(D) -2

4. 一个四棱锥的侧棱长都相等, 底面是正方形, 其正 (主) 视图如图所示, 则该四棱锥侧面积和体积分别是 ( )

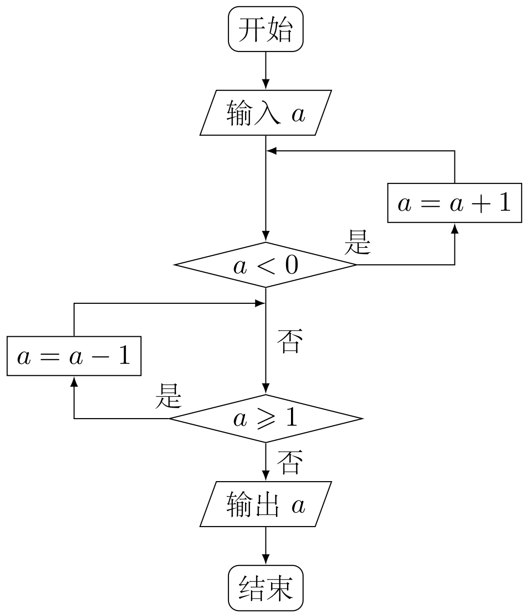


(A) $4\sqrt{5}$, 8　(B) $4\sqrt{5}$, $\dfrac{8}{3}$　(C) $4\left(\sqrt{5}+1\right)$, $\dfrac{8}{3}$　(D) 8, 8

5. 函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}+\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为 ( )

(A) $(-3,0]$　(B) $(-3,1]$
(C) $(-\infty,-3)\cup(-3,0]$　(D) $(-\infty,-3)\cup(-3,1]$

6. 执行两次如图所示的程序框图, 若第一次输入的 a 的值为 -1.2, 第二次输入的 a 的值为 1.2, 则第一次, 第二次输出的 a 的值分别为 ( )



(A) 0.2, 0.2　(B) 0.2, 0.8　(C) 0.8, 0.2　(D) 0.8, 0.8

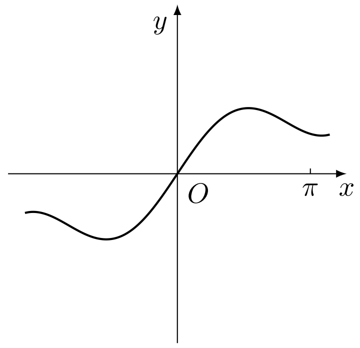
7. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c, 若 $B=2A$, $a=1$, $b=\sqrt{3}$, 则 $c=$ ( )

(A) $2\sqrt{3}$　(B) 2　(C) $\sqrt{2}$　(D) 1

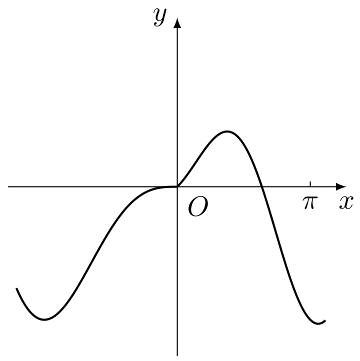
8. 给定两个命题 p、q, 若 $\neg p$ 是 q 的必要而不充分条件, 则 p 是 $\neg q$ 的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

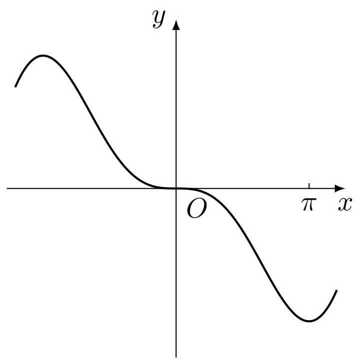
9. 函数 $y=x\cos x+\sin x$ 的图象大致为 ( )



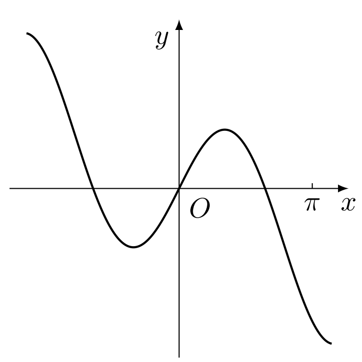
(A)



(B)



(C)



(D)

10. 将某选手的 9 个得分去掉 1 个最高分, 去掉 1 个最低分, 7 个剩余分数的平均分为 91, 现场作的 9 个分数的茎叶图后来有 1 个数据模糊, 无法辨认, 在图中以 x 表示:

8	7	7					
9	4	0	1	0	x	9	1

则 7 个剩余分数的方差为 ( )

(A) $\dfrac{116}{9}$　(B) $\dfrac{36}{7}$　(C) 36　(D) $\dfrac{6\sqrt{7}}{7}$

11. 抛物线 C_1: $y=\dfrac{1}{2p}x^2\ (p>0)$ 的焦点与双曲线 C_2: $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的右焦点的连线交 C_1 于第一象限的点 M. 若 C_1 在点 M 处的切线平行于 C_2 的一条渐近线, 则 $p=$ ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{16}$　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$　(C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(D) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

12. 设正实数 x, y, z 满足 $x^2-3xy+4y^2-z=0$, 则当 $\dfrac{z}{xy}$ 取得最小值时, $x+2y-z$ 的最大值为 ( )

(A) 0　(B) $\dfrac{9}{8}$　(C) 2　(D) $\dfrac{9}{4}$

二、填空题

13. 过点 $(3,1)$ 作圆 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 的弦, 其中最短弦的长为______.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, M 为不等式组 $\begin{cases}2x+3y-6\leqslant 0,\\ x+y-2\geqslant 0,\\ y\geqslant 0\end{cases}$ 所表示的区域上一动点, 则 $|OM|$ 的最小值是______.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\overrightarrow{OA}=(-1,t)$, $\overrightarrow{OB}=(2,2)$, 若 $\angle ABO=90^\circ$, 则实数 t 的值为______.

16. 定义"正对数": $\ln^+x=\begin{cases}0, & 0<x<1,\\ \ln x, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 现有四个命题:

① 若 $a>0$, $b>0$, 则 $\ln^+\left(a^b\right)=b\ln^+a$;
② 若 $a>0$, $b>0$, 则 $\ln^+(ab)=\ln^+a+\ln^+b$;
③ 若 $a>0$, $b>0$, 则 $\ln^+\left(\dfrac{a}{b}\right)\geqslant\ln^+a-\ln^+b$;
④ 若 $a>0$, $b>0$, 则 $\ln^+(a+b)\leqslant\ln^+a+\ln^+b+\ln 2$.

其中真命题有______. (写出所有真命题的编号)

三、解答题

17. 某小组共有 A, B, C, D, E 五位同学, 他们的身高 (单位: 米) 及体重指标 (单位: 千克/米^2) 如下表所示:

	A	B	C	D	E
身高	1.69	1.73	1.75	1.79	1.82
体重指标	19.2	25.1	18.5	23.3	20.9

(1) 从该小组身高低于 1.80 的同学中任选 2 人, 求选到的 2 人身高都在 1.78 以下的概率;
(2) 从该小组同学中任选 2 人, 求选到的 2 人的身高都在 1.70 以上且体重指标都在 $[18.5,23.9)$ 中的概率.

18. 设函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\sin^2\omega x-\sin\omega x\cos\omega x\ (\omega>0)$, 且 $y=f(x)$ 图象的一个对称中心到最近的对称轴的距离为 $\dfrac{\pi}{4}$.

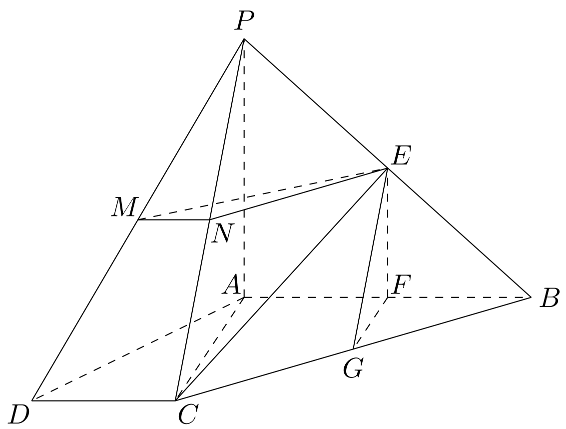
(1) 求 ω 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB\perp AC$, $AB\perp PA$, $AB\parallel CD$, $AB=2CD$, E, F, G, M, N 分别为 PB, AB, BC, PD, PC 的中点.

(1) 求证: $CE\parallel$ 平面 PAD;

(2) 求证: 平面 $EFG\perp$ 平面 EMN.



20. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $S_4=4S_2$, $a_{2n}=2a_n+1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $\dfrac{b_1}{a_1}+\dfrac{b_2}{a_2}+\cdots+\dfrac{b_n}{a_n}=1-\dfrac{1}{2^n}$, $n\in\mathbf{N}^*$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

21. 已知函数 $f(x)=ax^2+bx-\ln x\ (a,\ b\in\mathbf{R})$.

(1) 设 $a\geqslant 0$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $a>0$, 且对任意 $x>0$, $f(x)\geqslant f(1)$, 试比较 $\ln a$ 与 $-2b$ 的大小.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 C 的中心在原点 O, 焦点在 x 轴上, 短轴长为 2, 离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) A, B 为椭圆 C 上满足 $\triangle AOB$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ 的任意两点, E 为线段 AB 的中点, 射线 OE 交椭圆 C 于点 P. 设 $\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OE}$, 求实数 t 的值.