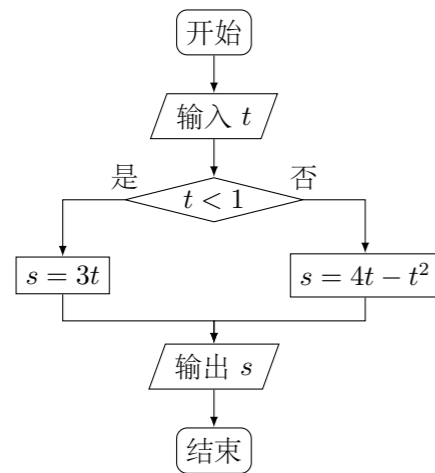


2013 普通高等学校招生考试 (全国卷 I 文)

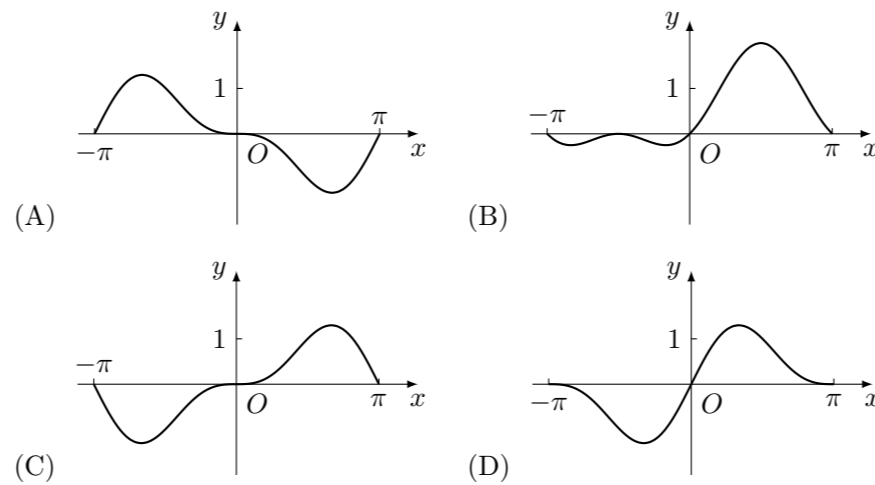
一、选择题

- 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x = n^2, n \in A\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $\{1, 4\}$ (B) $\{2, 3\}$ (C) $\{9, 16\}$ (D) $\{1, 2\}$
- $\frac{1+2i}{(1-i)^2} =$ ()
 (A) $-1 - \frac{1}{2}i$ (B) $-1 + \frac{1}{2}i$ (C) $1 + \frac{1}{2}i$ (D) $1 - \frac{1}{2}i$
- 从 1, 2, 3, 4 中任取 2 个不同的数, 则取出的 2 个数之差的绝对值为 2 的概率是 ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 C 的渐近线方程为 ()
 (A) $y = \pm \frac{1}{4}x$ (B) $y = \pm \frac{1}{3}x$ (C) $y = \pm \frac{1}{2}x$ (D) $y = \pm x$
- 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, 2^x < 3^x$; 命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, x^3 = 1 - x^2$, 则下列命题中为真命题的是 ()
 (A) $p \wedge q$ (B) $\neg p \wedge q$ (C) $p \wedge \neg q$ (D) $\neg p \wedge \neg q$
- 设首项为 1, 公比为 $\frac{2}{3}$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 ()
 (A) $S_n = 2a_n - 1$ (B) $S_n = 3a_n - 2$ (C) $S_n = 4 - 3a_n$ (D) $S_n = 3 - 2a_n$
- 执行下面的程序框图, 若输入的 $t \in [-1, 3]$, 则输出的 s 属于 ()

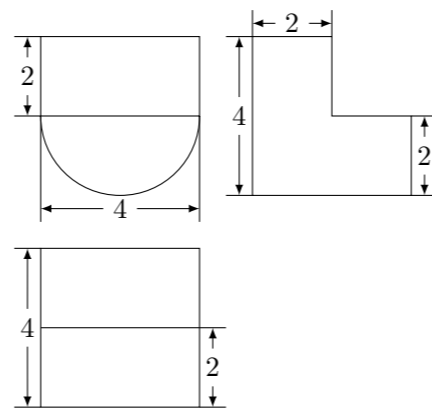


- (A) $[-3, 4]$ (B) $[-5, 2]$ (C) $[-4, 3]$ (D) $[-2, 5]$
- O 为坐标原点, F 为抛物线 $C: y^2 = 4\sqrt{2}x$ 的焦点, P 为 C 上一点, 若 $|PF| = 4\sqrt{2}$, 则 $\triangle POF$ 的面积为 ()
 (A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) 4

- 函数 $f(x) = (1 - \cos x) \sin x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ()



- 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $23\cos^2 A + \cos 2A = 0$, $a = 7, c = 6$, 则 $b =$ ()
 (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 5
- 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



- (A) $16 + 8\pi$ (B) $8 + 8\pi$ (C) $16 + 16\pi$ (D) $8 + 16\pi$

- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0, \end{cases}$ 若 $|f(x)| \geq ax$, 则 a 的取值范围是 ()
 (A) $(-\infty, 0]$ (B) $(-\infty, 1]$ (C) $[-2, 1]$ (D) $[-2, 0]$

二、填空题

- 已知两个单位向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角为 60° , $\mathbf{c} = t\mathbf{a} + (1-t)\mathbf{b}$, 若 $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 0$, 则 $t =$ _____.
- 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3, \\ -1 \leq x - y \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x - y$ 的最大值为_____.
- 已知 H 是球 O 的直径 AB 上一点, $AH : HB = 1 : 2$, $AB \perp$ 平面 α , H 为垂足, 平面 α 截球 O 所得截面的面积为 π , 则球 O 的表面积为_____.
- 设当 $x = \theta$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\cos \theta =$ _____.

三、解答题

- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_3 = 0, S_5 = -5$.

- 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- 求数列 $\left\{ \frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}} \right\}$ 的前 n 项和.

- 为了比较两种治疗失眠症的药 (分别称为 A 药, B 药) 的疗效, 随机地选取 20 位患者服用 A 药, 20 位患者服用 B 药, 这 40 位患者在服用一段时间后, 记录他们日平均增加的睡眠时间 (单位: h). 试验的观测结果如下:

服用 A 药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间:

0.6 1.2 2.7 1.5 2.8 1.8 2.2 2.3 3.2 3.5
2.5 2.6 1.2 2.7 1.5 2.9 3.0 3.1 2.3 2.4

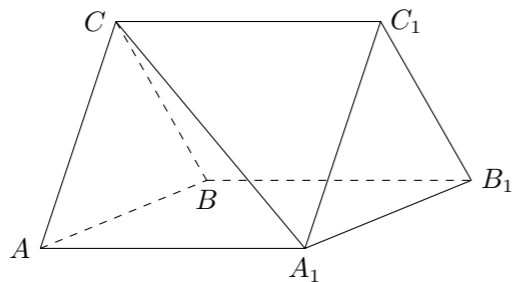
服用 B 药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间:

3.2 1.7 1.9 0.8 0.9 2.4 1.2 2.6 1.3 1.4
1.6 0.5 1.8 0.6 2.1 1.1 2.5 1.2 2.7 0.5

- 分别计算两组数据的平均数, 从计算结果看, 哪种药的疗效更好?
- 根据两组数据完成下面茎叶图, 从茎叶图看, 哪种药的疗效更好?

A 药		B 药
	0.	
	1.	
	2.	
	3.	

19. 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CA = CB$, $AB = AA_1$, $\angle BAA_1 = 60^\circ$.
- (1) 证明: $AB \perp A_1C$;
 - (2) 若 $AB = CB = 2$, $A_1C = \sqrt{6}$, 求三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积.

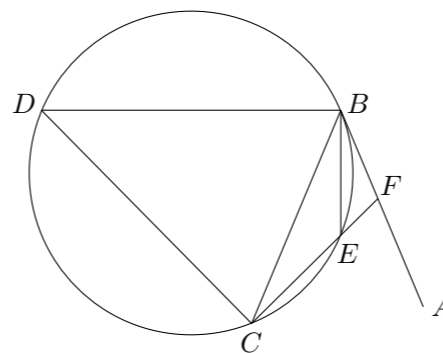


21. 已知圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 1$, 圆 $N: (x-1)^2 + y^2 = 9$, 动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切, 圆心 P 的轨迹为曲线 C .
- (1) 求 C 的方程;
 - (2) l 是与圆 P , 圆 M 都相切的一条直线, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 当圆 P 的半径最长时, 求 $|AB|$.

23. 已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4 + 5 \cos t, \\ y = 5 + 5 \sin t, \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2 \sin \theta$.
- (1) 把 C_1 的参数方程化为极坐标方程;
 - (2) 求 C_1 与 C_2 交点的极坐标 ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$).

20. 已知函数 $f(x) = e^x(ax+b) - x^2 - 4x$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = 4x + 4$.
- (1) 求 a, b 的值;
 - (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性, 并求 $f(x)$ 的极大值.

22. 如图, 直线 AB 为圆的切线, 切点为 B , 点 C 在圆上, $\angle ABC$ 的角平分线 BE 交圆于点 E , DB 垂直 BE 交圆于 D .
- (1) 证明: $DB = DC$;
 - (2) 设圆的半径为 1, $BC = \sqrt{3}$, 延长 CE 交 AB 于点 F , 求 $\triangle BCF$ 外接圆的半径.



24. 已知函数 $f(x) = |2x-1| + |2x+a|$, $g(x) = x+3$.
- (1) 当 $a = -2$ 时, 求不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集;
 - (2) 设 $a > -1$, 且当 $x \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 时, $f(x) \leq g(x)$, 求 a 的取值范围.