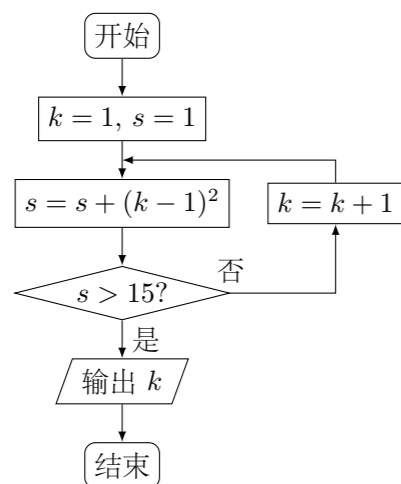


## 2013 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

### 一、选择题

- 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$  ( )  
 (A)  $\{1, 3, 4\}$  (B)  $\{3, 4\}$  (C)  $\{3\}$  (D)  $\{4\}$
- 命题“对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^2 \geq 0$ ”的否定为 ( )  
 (A) 存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $x_0^2 < 0$  (B) 不存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使得  $x^2 < 0$   
 (C) 存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $x_0^2 \geq 0$  (D) 对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $x^2 < 0$
- 函数  $y = \frac{1}{\log_2(x-2)}$  的定义域是 ( )  
 (A)  $(-\infty, 2)$  (B)  $(2, +\infty)$   
 (C)  $(2, 3) \cup (3, +\infty)$  (D)  $(2, 4) \cup (4, +\infty)$
- 设  $P$  是圆  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$  上的动点,  $Q$  是直线  $x = -3$  上的动点, 则  $|PQ|$  的最小值为 ( )  
 (A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 2
- 执行如图所示的程序框图, 则输出的  $k$  的值是 ( )

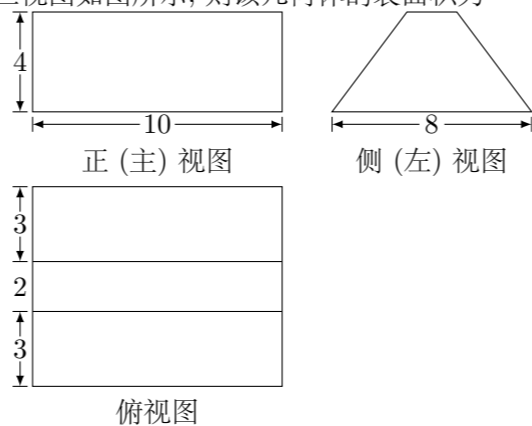


- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- 如图是某公司 10 个销售店某月销售某产品数量 (单位: 台) 的茎叶图, 则数据落在区间  $[22, 30)$  内的频率为 ( )  

1	8 9
2	1 2 2 7 9
3	0 0 3

 (A) 0.2 (B) 0.4 (C) 0.5 (D) 0.6
  - 关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0$  ( $a > 0$ ) 的解集为  $(x_1, x_2)$ , 且  $x_2 - x_1 = 15$ , 则  $a =$  ( )  
 (A)  $\frac{5}{2}$  (B)  $\frac{7}{2}$  (C)  $\frac{15}{4}$  (D)  $\frac{15}{2}$

8. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为



- (A) 180 (B) 200 (C) 220 (D) 240

- 已知函数  $f(x) = ax^3 + b \sin x + 4$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ),  $f(\lg(\log_2 10)) = 5$ , 则  $f(\lg(\lg 2)) =$  ( )  
 (A) -5 (B) -1 (C) 3 (D) 4
- 设双曲线  $C$  的中心为点  $O$ , 若有且只有一对相交于点  $O$ , 所成的角为  $60^\circ$  的直线  $A_1B_1$  和  $A_2B_2$ , 使  $|A_1B_1| = |A_2B_2|$ , 其中  $A_1, B_1$  和  $A_2, B_2$  分别是这对直线与双曲线  $C$  的交点, 则该双曲线的离心率的取值范围是 ( )  
 (A)  $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right]$  (B)  $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right)$  (C)  $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$  (D)  $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

### 二、填空题

- 设复数  $z = 1 + 2i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $|z| =$ \_\_\_\_\_.
- 若 2,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 9 成等差数列, 则  $c - a =$ \_\_\_\_\_.
- 若甲、乙、丙三人随机地站成一排, 则甲、乙两人相邻而站的概率为\_\_\_\_\_.
- 在  $OA$  为边、 $OB$  为对角线的矩形中, 已知  $\vec{OA} = (-3, 1)$ ,  $\vec{OB} = (-2, k)$ , 则实数  $k =$ \_\_\_\_\_.
- 设  $0 \leq \alpha \leq \pi$ , 不等式  $8x^2 - (8 \sin \alpha)x + \cos 2\alpha \geq 0$  对  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 则  $\alpha$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

- 设数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n, n \in \mathbf{N}_+$ .  
 (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式及前  $n$  项和  $S_n$ ;  
 (2) 已知  $\{b_n\}$  是等差数列,  $T_n$  为其前  $n$  项和, 且  $b_1 = a_2, b_3 = a_1 + a_2 + a_3$ , 求  $T_{20}$ .

( ) 17. 从某居民区随机抽取 10 个家庭, 获得第  $i$  个家庭的月收入  $x_i$  (单位: 千元) 与月储蓄  $y_i$  (单位: 千元) 的数据资料, 算得  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 80, \sum_{i=1}^{10} y_i = 20,$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 184, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 720.$$

- 求家庭的月储蓄  $y$  对月收入  $x$  的线性回归方程  $y = bx + a$ ;
- 判断变量  $x$  与  $y$  之间是正相关还是负相关;
- 若该居民区某家庭月收入为 7 千元, 预测该家庭的月储蓄.

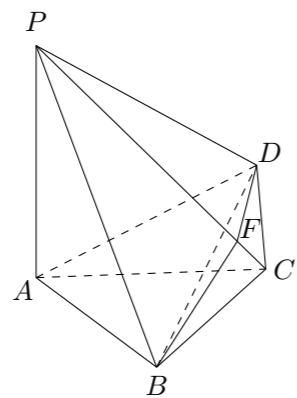
附: 线性回归方程  $y = bx + a$  中,  $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$ ,  $a = \bar{y} - b \bar{x}$ , 其中  $\bar{x}$ ,

$\bar{y}$  为样本平均值, 线性回归方程也可写为  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ .

18. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}bc$ .

- 求  $A$ ;
- 设  $a = \sqrt{3}$ ,  $S$  为  $\triangle ABC$  的面积, 求  $S + 3 \cos B \cos C$  的最大值, 并指出此时  $B$  的值.

19. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PA = 2\sqrt{3}$ ,  $BC = CD = 2$ ,  $\angle ACB = \angle ACD = \frac{\pi}{3}$ .
- (1) 求证:  $BD \perp$  平面  $PAC$ ;
- (2) 若侧棱  $PC$  上的点  $F$  满足  $PF = 7FC$ , 求三棱锥  $P-BDF$  的体积.



20. 某村庄拟修建一个无盖的圆柱形蓄水池 (不计厚度). 设该蓄水池的底面半径为  $r$  米, 高为  $h$  米, 体积为  $V$  立方米. 假设建造成本仅与表面积有关, 侧面的建造成本为 100 元/平方米, 底面的建造成本为 160 元/平方米, 该蓄水池的总建造成本为  $12000\pi$  元 ( $\pi$  为圆周率).
- (1) 将  $V$  表示成  $r$  的函数  $V(r)$ , 并求该函数的定义域;
- (2) 讨论函数  $V(r)$  的单调性, 并确定  $r$  和  $h$  为何值时该蓄水池的体积最大.

21. 如图, 椭圆的中心为原点  $O$ , 长轴在  $x$  轴上, 离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 过左焦点  $F_1$  作  $x$  轴的垂线交椭圆于  $A, A'$  两点,  $|AA'| = 4$ .
- (1) 求该椭圆的标准方程;
- (2) 取平行于  $y$  轴的直线与椭圆相交于不同的两点  $P, P'$ , 过  $P, P'$  作圆心为  $Q$  的圆, 使椭圆上的其余点均在圆  $Q$  外, 求  $\triangle PP'Q$  的面积  $S$  的最大值, 并写出对应的圆  $Q$  的标准方程.

